



Propriétés de moyennage d'ensemble des signaux acoustiques en milieu réverbérant et applications potentielles au contrôle et à la caractérisation des structures.

Hossep Achdjian

► To cite this version:

Hossep Achdjian. Propriétés de moyennage d'ensemble des signaux acoustiques en milieu réverbérant et applications potentielles au contrôle et à la caractérisation des structures.. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2014. Français. <NNT : 2014VALE0030>. <tel-01147184>

HAL Id: tel-01147184

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01147184>

Submitted on 29 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de doctorat

**Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de
VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRÉSIS**

Spécialité : ÉLECTRONIQUE

Présentée et soutenue par Hossep ACHDJIAN.

Le 5/12/2014, à Valenciennes

Ecole doctorale :

Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Laboratoire, Groupe de recherche :

Institut d'Électronique, de Micro-Électronique et de Nanotechnologie/Département
d'Opto-Acousto-Électronique (IEMN/DOAE), Groupe TPIA

**Propriétés de moyennage d'ensemble des signaux acoustiques en
milieu réverbérant et applications potentielles au contrôle et à la
caractérisation des structures**

JURY

Président du jury :

– **Philippe BENECH**, Professeur, Université de Grenoble I

Rapporteurs :

– **Claire PRADA**, Directrice de Recherche, Institut Langevin, Paris

– **Bruno MORVAN**, Professeur, Université du Havre

Examineurs :

– **Bastien CHAPUIS**, Docteur, Ingénieur-Chercheur au CEA LIST, Saclay

– **Mohammadi OUAFTOUH**, Professeur, Université de Valenciennes

– **Farouk BENMEDDOUR**, Maître de Conférences, Université de Valenciennes

Directeur de thèse : Emmanuel MOULIN, Professeur, Université de Valenciennes

Co-directeur de thèse : Jamal ASSAAD, Professeur, Université de Valenciennes

*"La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est
que de l'information"*

Albert Einstein (1879 - 1955)

Remerciements

Trois années de thèse sont déjà terminées.

En préambule, je souhaite adresser tous mes remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur aide, qui ont ainsi contribué à l'élaboration de ce mémoire et m'ont soutenu depuis le début.

Tout d'abord, mes remerciements vont à mon directeur de thèse, Emmanuel MOULIN, Professeur à l'Université de Valenciennes, de m'avoir fait bénéficier de son expertise, pour son soutien sans faille, son aide précieuse, sa bonne humeur, sa disponibilité et également pour ses nobles qualités humaines. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude pour tout cela. Ma thèse n'aurait jamais vu le jour sans lui.

Un grand merci également à mon co-directeur de thèse, Jamal ASSAAD, Professeur à l'Université de Valenciennes, de m'avoir donné la chance d'effectuer mes recherches au Laboratoire IEMN-DOAE, au sein du groupe TPIA (Transduction, Propagation et Imagerie Acoustique) et pour sa contribution très importante à ce travail ainsi que pour la qualité de ses explications, son enthousiasme et à saluer sa personnalité à la fois sympathique, sérieuse et surtout modeste.

Je tiens à remercier Farouk BENMEDDOUR, Maître de Conférence à l'Université de Valenciennes, non seulement pour avoir accepté de participer à ce jury et examiner mes travaux, mais aussi pour ses discussions enrichissantes, ses conseils précieux et son approche amicale.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi aux rapporteurs Madame la Directrice de Recherche Claire PRADA et Monsieur le Professeur Bruno MORVAN, ainsi qu'aux examinateurs Monsieur le Professeur Philippe BENECH, Monsieur le Docteur Bastien CHAPUIS et Monsieur le Professeur Mohammadi OUAFTOUH qui m'ont fait le grand honneur d'évaluer ce travail.

Je remercie tous les membres, les enseignants-chercheurs et tous mes collègues (docteurs et futurs docteurs) du Département Opto-Acousto-Électronique (DOAE) de l'IEMN qui, par leurs encouragements ont participé de loin ou de près à cette thèse. En particulier, je remercie Kassim KHALIL, Basma BOURAOUI, Nadine SAAD, Lynda CHEHAMI, Abdelmajid BYBI, Othman ALAOUI FDILI, Sandy ALLATY, Salaheddine HEBAZ et Amina MED-JDOUB pour les très fructueuses discussions que nous avons pu avoir ensemble, ainsi que

pour leur contribution à une ambiance de travail aussi profitable qu'agréable.

Je tiens également à remercier l'Agence Nationale de la Recherche (ANR2011 BS0903901, PASNI projet) d'avoir contribué au financement d'un certain nombre d'équipements expérimentaux utilisés dans mes travaux.

Évidemment, ces remerciements ne seraient pas complets sans la mention de ma famille. Un grand merci à mes parents, ma mère Jeannette et mon père Mihran pour m'avoir donné le goût des études, pour leur amour inestimable, leur confiance, leurs sacrifices et pour leur appui sans faille. Merci à mes frères Kevork et Sevag pour leur tendresse, leur complicité et leur présence malgré la distance qui nous sépare.

MERCI

*À ma mère
À mon père
et
À mes frères*

Table des matières

Introduction générale	1
1 Généralités sur la réverbération acoustique et ses applications à la caractérisation des milieux	5
1.1 Exploitation des signaux acoustiques de longue durée	6
1.1.1 Retournement temporel	7
1.1.2 Interférométrie de coda	9
1.1.3 Corrélation de champs	10
1.2 Modélisation de la réverbération dans les plaques	11
1.2.1 Classes de méthodes usuelles	12
1.2.2 Limitations des méthodes déterministes	17
1.3 Approches statistiques	18
1.3.1 Domaine fréquentiel et domaine temporel	18
1.3.2 Illustration en acoustique des salles	21
1.4 Conclusion	23
2 Modèle statistique en domaine temporel de la réverbération dans les plaques	24
2.1 Introduction	24
2.2 Description statistique basée sur les source-images	25
2.2.1 Comportement statistique des paquets d'onde	25
2.2.2 Espérance mathématique de l'enveloppe des signaux	29
2.2.3 Intégrale de Schroeder	34
2.3 Validation et extraction des paramètres	37
2.3.1 Estimation de D_s à partir du trajet direct	37
2.3.2 Résultats numériques	38
2.3.3 Résultats expérimentaux	43
2.3.4 Extraction des paramètres	48
2.4 Conclusion	51
3 Applications des moyennes d'ensemble dans les plaques réverbérantes	52
3.1 Introduction	52
3.2 Localisation de source	52
3.2.1 Principe de la méthode de localisation	53
3.2.2 Condition d'application	56
3.2.3 Résultats numériques et expérimentaux	59

3.2.4	Largeur de la tâche de localisation	64
3.3	Estimation de l'aire d'une plaque réverbérante	67
3.3.1	Principe de la méthode	68
3.3.2	Approche modale statistique	70
3.3.3	Résultats numériques et expérimentaux de l'estimation d'aire	74
3.4	Conclusion	82
4	Extensions possibles à d'autres cas d'études	83
4.1	Introduction	83
4.2	Réverbération dans une structure 1D	83
4.2.1	Modèle statistique 1D	84
4.2.2	Estimation de la longueur \mathcal{L}	87
4.2.3	Résultats numériques.	88
4.3	Caractérisation d'un défaut	91
4.3.1	Développement théorique	91
4.3.2	Validation numérique	98
4.4	Conclusion	101
5	Corrélation du champ de réverbération : résultats théoriques et apports potentiels	102
5.1	Introduction	102
5.2	Espérance mathématique des auto-corrélations au carré	103
5.2.1	Développement théorique	104
5.2.2	Validation numérique	107
5.3	Calcul du terme énergétique D_s par reconstruction passive	108
5.3.1	Calcul de D_s en fonction du signal reçu sur la source	109
5.3.2	Estimation de D_s par reconstruction passive de la fonction de Green	111
5.3.3	Validation numérique	113
5.4	Conclusion	115
	Conclusion et perspectives	116
	Annexes	119
A	Calculs des intégrales I_1 et I_2	119
B	Remarque sur l'effet de la dispersion	122
C	Calcul d'enveloppe et d'énergie des signaux, structure 1D	125
C.1	Espérance mathématique de l'enveloppe au carré	125
C.2	Estimation de D_{1s} à partir du trajet direct	126
D	Expression du terme D_s théorique dans le cadre du modèle de plaque de Kirchhoff-Love	128
	Bibliographie	131

Table des figures

1	Principe de détection de défaut par réflexion, contrôle par ultrason.	2
2	Signal réverbéré typique.	3
1.1	Traitement du signal acoustique.	6
1.2	Le principe du retournement temporel.	8
1.3	Approche local vs. approche globale des phénomènes dynamiques.	12
1.4	Principe de la décomposition modale.	13
1.5	Exemples de source-images pour des structures 2D.	15
1.6	Représentation schématique de la distribution temporelle des réflexions. . . .	18
1.7	Calcul du nombre de modes et de densité modale pour une structure 2D. . .	19
1.8	Distribution des source-images.	21
2.1	Description de la configuration étudiée.	25
2.2	Signal réverbéré correspondant à une superposition de paquets d'ondes. . . .	26
2.3	Nombre de paquets d'onde issus des source-images dans un intervalle Δr . . .	27
2.4	Source-images du 1 ^{er} ordre.	27
2.5	Constitution des source-images d'une plaque rectangulaire.	28
2.6	Exemples des signaux réverbérés.	39
2.7	Courbes de dispersion théorique, mode A_0 , d'une plaque d'aluminium, $e = 3$ mm. .	40
2.8	Plaque avec le point d'excitation et ces 28 récepteurs.	40
2.9	Visualisation des déplacements dans une plaque par le solveur Elmer.	41
2.10	Signal brut enregistré par l'un des récepteurs.	41
2.11	Le signal réverbéré numérique filtré à une fréquence $f_0 = 15$ kHz.	42
2.12	Moyenne des enveloppes pour différents nombres de points d'acquisitions. . .	44
2.13	Moyenne des intégrales de Schroeder des signaux reçus par trois récepteurs. .	45
2.14	Dispositif expérimental.	45
2.15	Transducteur piézoélectrique utilisé pour les études expérimentales.	46
2.16	Signal reçu pour une cassure de mine, avant et après filtrage.	47
2.17	Résultats expérimentaux.	48
2.18	Logarithmes des enveloppes au carré et intégrales de Schroeder des signaux réverbérés.	49
3.1	Estimation de la distance r_0 pour différents fréquence du filtrage.	54
3.2	La plaque discrétisée en pixels.	55
3.3	Lieu géométrique de la source pour un récepteur donné.	56
3.4	Le principe de la localisation d'une source acoustique.	56

3.5	La zone d'estimation des distances source-récepteur - au centre de la plaque.	58
3.6	La zone d'estimation des distances pour un récepteur proche des bords de la plaque.	58
3.7	La zone de localisation pour trois récepteurs R_1 , R_2 et R_3	59
3.8	Exemples numériques : localisation de la source (plaque 3 m \times 2 m et $e = 3$ mm).	60
3.9	Exemples numériques : localisation de la source (plaque 2 m \times 1 m et $e = 3$ mm).	61
3.10	Exemples expérimentaux : localisation de source, excitation connue.	62
3.11	Exemples expérimentaux : localisation de source, excitation inconnue.	63
3.12	Les tâches de localisation en fonction du nombre de récepteurs.	64
3.13	Taille d'une tâche de localisation donnée.	65
3.14	Dispositif sous forme d'une sonde pour estimer la surface des plaques.	67
3.15	Schéma de principe du dispositif.	69
3.16	Les différents modes de vibration fréquentielle.	71
3.17	Description des plaques d'aluminium, cas étude numérique.	75
3.18	Dispositif expérimental pour la mesure des courbes spatio-temporelles.	76
3.19	Description des plaques d'aluminium, cas étude expérimentale.	77
3.20	Courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes, plaque d'aluminium ($f_0 = 30$ kHz).	77
3.21	Courbes de dispersion expérimentale d'une plaque d'aluminium ($e = 6$ mm).	78
3.22	Description des vitres en verre, cas étude expérimentale.	79
3.23	Courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes sur une vitre ($f_0 = 30$ kHz).	80
3.24	Courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes sur une vitre ($f_0 = 90$ kHz).	80
3.25	Courbes de dispersion d'une vitre d'épaisseur 3 mm.	81
4.1	Propagation d'onde dans une barre de longueur \mathcal{L}	84
4.2	Nombre de paquets d'onde sur une distance r_i et $r_i + \Delta r_i$	85
4.3	Méthode des source-images pour une structure unidimensionnelle (1D).	85
4.4	La zone d'installation des récepteurs autour d'une source pour éviter l'erreur d'estimation de la longueur de barre.	88
4.5	maillage d'une barre, réalisé à l'aide du logiciel Gmsh.	88
4.6	Enveloppe moyenne au carré, structure 1D.	89
4.7	Ajustement de la courbe sur la moyenne d'intégrale de Schroeder sur quatre réalisations.	90
4.8	Description de la configuration étudiée, cas d'un défaut.	92
4.9	Défaut considéré comme source secondaire avec ses images du 1 ^{er} ordre.	93
4.10	Des paquets d'ondes provenant des source-images.	94
4.11	Dispositif pour calculer la directivité d'un défaut.	98
4.12	Directivité du défaut.	99
4.13	Modélisation des plaques sans défaut et avec défaut.	100
4.14	Espérance mathématique des enveloppes au carré des différences des signaux réverbérés.	101
5.1	Dispositif pour un cas de calcul d'auto-corrélation.	103

5.2	Moyenne d'auto-corrélation au carré.	108
5.3	Une plaque avec la source d'excitation et les récepteurs.	111
5.4	Moyenne des auto-corrélations des signaux reçus par les récepteurs.	112
5.5	Comparaison entre le premier paquet numérique $h_{SS0}(t)$ et estimé $h_{\hat{S}S0}^\infty(t)$	114
5.6	Comparaisons des enveloppes moyennée et théoriques.	114

Liste des tableaux

3.1	Résultats expérimentaux : estimation des distances source-récepteurs.	54
3.2	Résultats numériques de l'estimation de l'aire \mathcal{S} des plaques d'aluminium. . .	74
3.3	Résultats expérimentaux de l'estimation de l'aire \mathcal{S} des plaques d'aluminium.	78
3.4	Résultats expérimentaux de l'estimation de l'aire \mathcal{S} des vitres.	81
4.1	Résultats numériques : estimation de la longueur \mathcal{L} des barres d'aluminium utilisant la méthode des enveloppes au carré.	90
4.2	Résultats numériques : estimation de la longueur \mathcal{L} des barres d'aluminium pour la méthode de Schroeder.	91

Introduction générale

Au cours de XX^{ème} siècle le monde a connu une révolution dans le domaine des transports. Les véhicules et composants de structures sont généralement confrontés à des conditions très rudes de fonctionnement pouvant les endommager (conditions climatiques, sollicitations mécaniques, fatigue, chocs,...) et causer des risques sur la sécurité. Afin de bénéficier d'un fonctionnement sûr et d'une durée de vie optimale, toutes ces structures doivent être entretenues et contrôlées régulièrement. Ainsi, des méthodes de contrôle non destructif (CND) ont vu le jour telles que les méthodes de contrôle surfacique (visuel, optique, ressuage, magnétoscopie, courants de Foucault, thermographie infrarouge, bruit ferromagnétique), ou volumique (radiographie, ultrasons, ondes guidées, impédance, résonance). Ces techniques sont souvent utilisées dans les industries aéronautiques (poutres, ailes d'avions, pièces de moteur), automobile (contrôle de la structure et du moteur), marine (contrôle des coques des structures navales), ferroviaire (contrôles des rails contre essieux et roues) ou pétrochimique (structure tubulaire, tuyau ou bien pipeline).

Nous nous intéressons au laboratoire, et plus particulièrement dans notre groupe de recherche TPIA (Transduction, Propagation et Imagerie Acoustique) aux techniques de contrôle par ultrasons. Dans les méthodes classiques, le principe est d'utiliser les ondes ultrasonores émises par un transducteur placé en surface du matériau à contrôler. Ces ondes se propagent dans le matériau et, lorsqu'elles rencontrent une interface délimitant deux milieux ayant des impédances acoustiques différentes, vont se réfléchir avant d'être captées par un récepteur. Ainsi la détection de défaut se fait en comparant le temps mis par l'onde pour faire un aller retour dans l'épaisseur de la pièce et le temps mis pour la réflexion sur un défaut (Figure 1). Dans ce type de méthode de contrôle, on s'intéresse surtout aux premiers échos du signal et les éventuelles réflexions multiples ne sont pas exploitées.

Ces méthodes de CND permettent de contrôler l'état d'intégrité d'une structure, soit en cours de production (exemple : présence d'un défauts lors de construction ou fabrication), soit après mise en service afin de détecter l'apparition d'endommagements ou contrôler la qualité. Le CND traditionnel par ondes acoustiques utilise des sondes mobiles, ce qui nécessite une immobilisation des structures à contrôler et dans certains cas le démontage des pièces. Ces

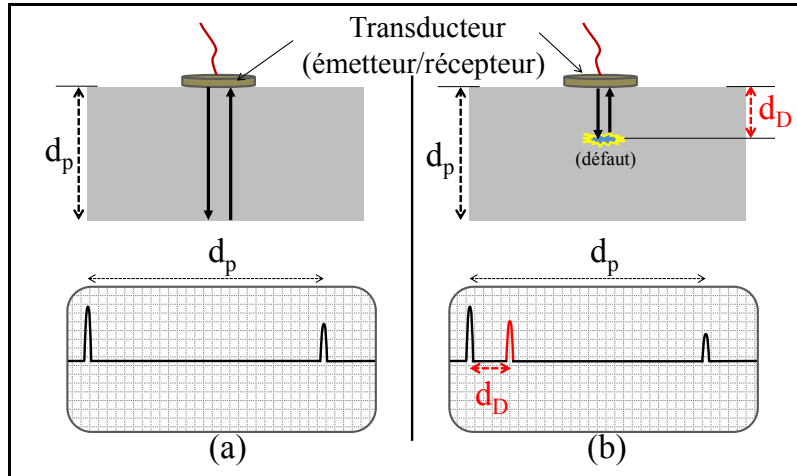


FIGURE 1 – Principe de détection de défaut par réflexion, contrôle par ultrason A-scan. (a) Plaque saine, " d_p " profondeur du milieu. (b) Plaque endommagée, " d_D " profondeur du défaut dans la structure.

méthodes sont donc assez coûteuses, et les recherches s'intéressent au développement de techniques de contrôle plus rapides, moins coûteuses et en même temps plus fiables.

Ainsi, depuis une quinzaine d'années, le concept du Contrôle-Santé Intégré CSI ou SHM en anglais (Structural Health Monitoring) se développe. Le CSI a pour but de contrôler de façon autonome et permanente l'intégrité (l'état de santé) des matériaux et des structures au cours de leur utilisation normale. Les capteurs utilisés doivent alors être fixés ou intégrés dans la structure. La propagation des ondes de Lamb est considérée comme un bon candidat pour le concept de CSI, grâce à leur sensibilité aux défauts, la propagation sur une longue distance, la facilité d'émission et de détection par des transducteurs acoustiques.

Des problèmes spécifiques se posent alors dans ce contexte. Il est en effet nécessaire de compenser l'impossibilité du balayage physique (capteurs fixes) et trouver les moyens d'extraire le maximum d'informations utiles tout en minimisant autant que possible le nombre et l'encombrement des capteurs. Les travaux présentés dans cette thèse visent notamment à proposer une contribution originale à cette problématique, en exploitant la réverbération.

Dans un milieu à faible atténuation acoustique, la présence d'un grand nombre de réflexions engendre des signaux acoustiques qualifiés de réverbérés (Figure 2). Ces signaux complexes sont constitués de trois parties : les paquets d'ondes correspondant aux trajets directs des sources vers les récepteurs sont suivis de ceux dus aux premières réflexions. Ceux-ci dépendent directement des positions des sources et des récepteurs, ainsi que des propriétés locales du milieu de propagation entre eux. La troisième partie est la queue du signal (ou coda), constituée des réflexions d'ordres élevés. Ces dernières accumulent au cours de la propagation des informations sur la totalité du milieu et perdent peu à peu l'influence des

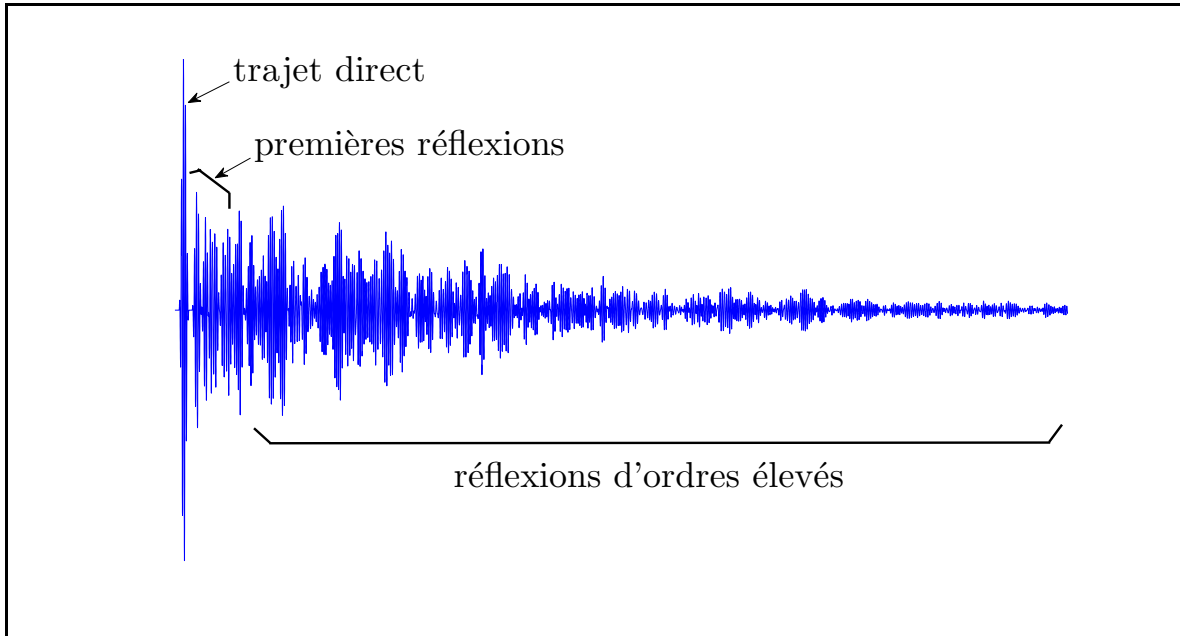


FIGURE 2 – Signal réverbéré typique.

propriétés locales. Ainsi, les informations locales sur l'état du milieu ne peuvent pas être en général déduites des codas des signaux acoustiques de longue durée, ou alors au prix de traitements particuliers et relativement complexes appliqués sur des réalisations particulières (retournement temporel, corrélation de bruits, etc.). C'est pourquoi la majorité des techniques usuelles de CND ou CSI ultrasonore ne s'intéressent qu'aux premiers paquets d'onde et considèrent les codas comme un résidu inutile, voir un bruit de mesure.

Ces codas sont pourtant reproductibles et se caractérisent par un comportement moyen lié à des propriétés globales du milieu. Un exemple bien connu en acoustique des salles est le fait que le temps de réverbération est directement lié à l'absorption par les parois (Formule de Sabine). On peut alors estimer simplement la valeur des coefficients d'absorption des revêtements recouvrant les parois par une mesure de la durée moyenne des signaux réverbérés dans la salle.

Dans le même ordre d'idée, le but de cette thèse est alors d'étudier le potentiel que peuvent offrir les codas de réverbération des ondes élastiques pour des applications de CND ou contrôle-santé de structures. Nous montrerons que des moyennes d'ensemble calculées sur des signaux réverbérés de longue durée, mesurés dans des structures de type plaque, peuvent permettre d'estimer des propriétés intéressantes sur ces structures (dimensions, coefficients mécaniques du matériau, caractéristiques des défauts) ou les sources (position ou énergie émise), même avec un faible nombre de capteurs.

Dans le premier chapitre de ce travail, et après quelques généralités sur la réverbération

acoustique, nous ferons un tour d’horizon des différentes approches permettant de modéliser la réverbération. Nous expliquons en quoi les méthodes déterministes sont mal adaptées pour traiter la réverbération et pourquoi une description statistique (modale ou temporelle) est intéressante. L’exemple particulier évoqué plus haut de la loi Sabine (ou la version plus générale d’Eyring) permettra d’introduire le propos général de cette thèse qui est le fait que les propriétés statistiques de la réverbération contiennent des informations sur les caractéristiques du milieu.

Puis nous présenterons dans le deuxième chapitre les détails d’un modèle statistique de réverbération dans les plaques. Nous en déduirons alors des expressions théoriques des moyennes d’ensemble sur les enveloppes de réverbération. Cette approche théorique sera ensuite validée par des comparaisons avec des résultats numériques et expérimentaux. Enfin, nous montrerons qu’il est possible d’extraire à partir des moyennes calculées sur les signaux réverbérants mesurés, des informations potentiellement utiles sur le milieu.

Au chapitre trois, nous présenterons deux applications possibles des résultats obtenus au chapitre 2. Le principe commun est de combiner les propriétés statistiques des codas avec les premiers paquets d’onde. Tout d’abord, la possibilité de localiser une source acoustique impulsionnelle à partir de seulement trois capteurs sera démontrée. Le principe et les conditions d’application de cette méthode de localisation originale seront détaillés. Dans une seconde partie, nous détaillerons le principe d’estimation de l’aire des plaques de différentes formes géométriques. Enfin, nous les validerons par comparaison avec quelques exemples numériques et expérimentaux.

Dans le chapitre quatre, nous étendrons les principes développés dans les deux chapitres précédents à deux cas de figures différents : les structures unidimensionnelles (barres) et les plaques contenant un défaut localisé. Dans la première partie, nous présenterons l’adaptation du modèle statistique au cas unidimensionnelle (1D). Nous proposerons alors un principe d’estimation de la longueur d’une barre à partir d’une petite zone de celle-ci. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous dériverons une relation entre les caractéristiques d’un défaut dans une plaque et les enveloppes moyennes des signaux réverbérants différentiels (différence avec et sans défaut).

Enfin, dans le cinquième chapitre nous étudions la corrélation des signaux réverbérants afin de caractériser le milieu. Contrairement aux techniques vues dans les chapitres précédents où une excitation impulsionnelle est exigé, cette technique reste valable même pour une source de bruit continue. Puis dans la deuxième partie du chapitre, nous développerons des relations théoriques pour exprimer l’énergie émise par la source dans le milieu en fonction de la fonction de Green du système.

CHAPITRE 1

Généralités sur la réverbération acoustique et ses applications à la caractérisation des milieux

La première guerre mondiale a marqué la naissance de la discipline des ultrasons. En 1918, Paul Langevin et Constantin Chilowski ont eu l'idée d'utiliser la piézoélectricité pour produire et recevoir des ondes ultrasonores et faire naître ainsi l'ancêtre du sonar. Cet appareil, destiné à détecter des sous-marins et des mines sous-marines a permis la naissance de l'acoustique sous-marine. Puis au cours de la deuxième guerre mondiale, le développement des matériaux piézoélectriques à une échelle industrielle, a permis l'essor du sonar à la fois dans des applications militaires et civiles (industrie de la pêche, cartographie, archéologie, recherche pétrolière,...).

En 1951 a lieu une seconde révolution dans le monde des ultrasons. J.J. Wild (médecin) et J. Reid (électronicien) présentent en effet un nouvel appareil à la communauté médicale : l'échographe. Ainsi, avec l'apparition du principe de l'échographie, les ondes acoustiques ont pris une place essentielle dans le domaine médical, mais également dans le domaine du contrôle et de l'évaluation non destructifs des matériaux (CND).

L'exploration acoustique est ainsi devenue une discipline qui concerne principalement trois domaines d'application :

- les applications géophysiques : acoustique sous marine (sonar, sondage de la mer) [1, 2], mais aussi sismologie (sismique-réflexion et réfraction) [3, 4, 5, 6] et étude de l'atmosphère (Sodar, Sodar Doppler) [7].
- le diagnostic médical (imagerie médicale, échographie) [8],
- le contrôle et l'évaluation non destructifs des matériaux et des écoulements industriels [9, 10, 11, 12].

Dans ces trois grands domaines d'application, les problèmes se posent à peu près de la même manière du point de vue scientifique en termes de propagation d'ondes acoustiques.

Après excitation acoustique du milieu, l'onde se propage en accumulant des informations sur sa nature et son état. Une fois ces données recueillies par un capteur puis enregistrées, le traitement des signaux permet d'obtenir des paramètres caractéristiques du milieu (Figure 1.1). Pour avoir une sensibilité optimale aux paramètres recherchés, il faut que la longueur d'onde choisie soit du même ordre de grandeur que les échelles caractéristiques du milieu. Ceci nécessite un choix adapté, d'une part de la fréquence de travail, d'autre part de la période d'échantillonnage spatial des mesures.

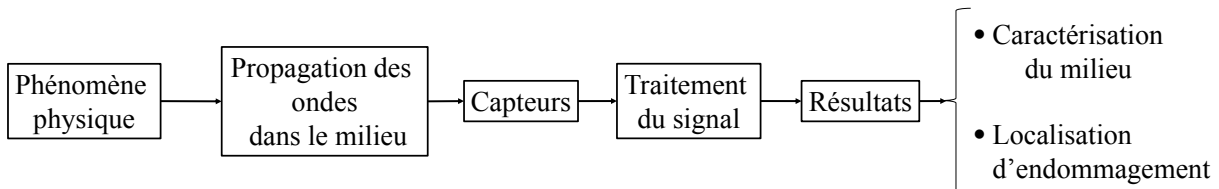


FIGURE 1.1 – Traitement du signal acoustique.

Dans les méthodes classiques de CND, on exploite en général les différences de temps d'arrivée et/ou d'amplitudes des premiers paquets d'ondes récupérés par les capteurs après avoir parcouru le milieu. Ainsi, ces méthodes ne tiennent en général pas compte de la partie réverbérante des signaux qui contiennent pourtant, comme nous le verrons dans la suite, des informations potentiellement utiles sur le milieu.

1.1 Exploitation des signaux acoustiques de longue durée

La réverbération acoustique correspond à la survie d'un son dans un milieu, même après l'arrêt complet de la source sonore. Lors de la propagation d'un signal acoustique, dit signal incident, émis dans un milieu totalement ou partiellement fermé, ces ondes vont se réfléchir sur les obstacles qu'elles rencontrent, comme les murs, les parois des milieux, ou les hétérogénéités. Le signal qui arrive à un récepteur après des réflexions multiples est nommé signal réverbéré.

Les premières études du phénomène de réverbération sont indissociables de l'histoire de l'acoustique architecturale (ou acoustique des salles). Dès l'antiquité (civilisations grecque et latine), la réverbération naturelle des lieux dédiés aux représentations musicales ou dramatiques est reconnue comme un paramètre essentiel de qualité acoustique. On doit à Sabine, au tout début du 20^{ème} siècle la formalisation de la réverbération en tant que discipline scientifique et les premiers résultats théoriques qui en découlent [13, 14]. Il a en particulier introduit

la grandeur fondamentale en acoustique des salles que constitue le temps de réverbération. Celui-ci est défini comme la durée requise pour que le niveau sonore diminue de 60 dB après l'arrêt de la source principale dans le milieu.

Le phénomène de réverbération dans le domaine audible fait partie de notre vie quotidienne. De façon plus ou moins consciente, le cerveau traite les informations prélevées dans l'environnement sonore de manière à construire une représentation de l'espace physique environnant. Ainsi, même les yeux fermés, chacun d'entre nous est capable de se faire une idée plus ou moins précise sur les dimensions de la pièce dans laquelle il se trouve, de la direction, la distance des sources sonores et de la nature des parois. Ces analyses intuitives se basent à la fois sur les signaux directs des sources à l'auditeur, les premières réflexions sur les parois, et également les échos mélangés et indistincts issus des réflexions d'ordres élevés et la décroissance de l'énergie sonore jusqu'à extinction (la réverbération). Comme nous le verrons dans la suite, c'est ce principe général que nous avons cherché à appliquer au cours de ce travail de thèse, dans le but d'identifier des paramètres de structures réverbérantes (dimensions de plaques, positions de source, propriétés des matériaux).

Suite aux multiples réflexions sur les obstacles et autres diffusions et/ou diffractions, les signaux réverbérés prennent l'apparence d'un signal dont l'amplitude suit une distribution aléatoire. En réalité, ces signaux restent liés de façon déterministe aux propriétés du milieu et sont donc parfaitement reproductibles. Bien que l'utilisation de tels signaux acoustiques de longue durée causés par des conditions de propagation complexes soit courante en acoustique des salles [14, 15, 16], ils ne sont pas si couramment utilisés en caractérisation des milieux solides et contrôle non destructif (CND). Ils peuvent pourtant offrir des informations potentiellement utiles sur les propriétés structurelles et les changements de celui-ci. Ceci a poussé ces dernières années les chercheurs à étudier les propagations complexes (réverbération, diffusion multiple et/ou diffractions) afin de récupérer les informations caractérisant ces milieux. Ainsi l'extraction d'informations utiles dans ces conditions fait actuellement l'objet de techniques à la pointe de l'acoustique physique, telles que : le retournement temporel, l'interférométrie coda et la corrélation que nous détaillons ci-dessous.

1.1.1 Retournement temporel

Dans les années 90 M. Fink et son équipe développent la technique de retournement temporel [17, 18] pour des applications des ondes à l'imagerie biomédicale. Cette technique permet de focaliser l'énergie acoustique à un instant donné et sur une position donnée, dans un milieu homogène ou bien hétérogène, à condition que ce dernier soit faiblement dissipatif. Le schéma de la figure 1.2 illustre le principe du retournement temporel. Dans un premier temps, un signal impulsionnel est émis dans le milieu par un point source. L'onde acoustique

se réfléchit et se diffracte de manière complexe au passage dans un milieu hétérogène. Le champ acoustique $y(r, t)$ est enregistré par un ensemble de transducteurs formant un contour fermé (concept de cavité à retournement temporel, Figure 1.2-a). Ensuite, chaque signal est échantillonné et stocké dans une mémoire. La phase d'acquisition s'arrête lorsqu'il n'y a plus d'énergie dans la cavité.

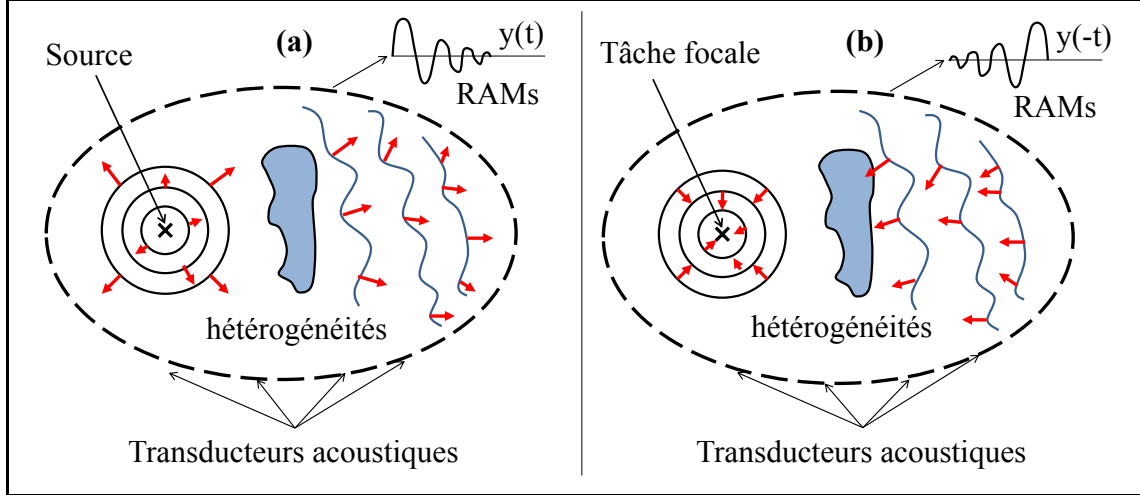


FIGURE 1.2 – Le principe du retournement temporel. (a) Émission acoustique et enregistrement des signaux par les transducteurs. (b) Étape de reconstruction, les signaux enregistrés sont renversés dans le temps et ré-émis. (Tiré de la thèse "Localisation de source en milieu réverbérant par Retournement Temporel", par G. Ribay [19].)

Dans une seconde étape, les signaux enregistrés sont retournés temporellement $y(r, -t)$ puis ré-émis dans le milieu par chacun des transducteurs (voir la figure 1.2-b). Le champ retourné temporellement converge vers le point source initial et forme une tâche focale dont le diamètre tend vers la demi-longueur d'onde [20]. Le retournement temporel est une conséquence de la réciprocity de la fonction de Green [13] :

$$G(\vec{r}_0, -t_0; \vec{r}, -t) = G(\vec{r}, t; \vec{r}_0, t_0). \quad (1.1)$$

Cette relation signifie que l'effet au point \vec{r} à un instant t d'une impulsion émise en \vec{r}_0 à un instant antérieur t_0 avec $t > t_0$ est égal à l'effet au point \vec{r}_0 à l'instant $(-t_0)$ d'une impulsion émise du point \vec{r} à un instant antérieur $(-t)$ [21, 22].

Le concept de Cavité à Retournement Temporel est un cas limite supposant un nombre infini de capteurs. Ainsi pour réaliser physiquement l'expérience, il faut limiter le nombre des capteurs utilisés pour enregistrer les signaux. On parle alors de Miroir à Retournement Temporel (MRT) [17] à N capteurs (ou N voies). L'ouverture totale d'un tel MRT est nécessairement limitée. Cependant, la présence de multiples réflexions ou diffusions permet d'obtenir une ouverture effective en réalité beaucoup plus importante.

Un cas extrême consiste alors à se placer dans un milieu fortement réverbérant, fermé [23, 24] et travailler avec un unique capteur dans le MRT (retournement temporel mono-voie). Il a été montré qu'il est dans ce cas possible d'obtenir malgré tout une tâche focale très fine, proche de la limite de diffraction. La réverbération peut en effet compenser le manque de voies d'un Miroir à Retournement Temporel.

Outre l'imagerie médicale, le retournement temporel des ondes acoustiques a connu un intérêt dans d'autres domaines d'application tels que le contrôle non destructif [25, 26, 27] ou encore l'acoustique sous-marine [28].

Dans sa thèse, G. Ribay [19] s'intéresse d'une part à localiser des sources de bruit continues dans le domaine audible dans une chambre réverbérante, et d'autre part à l'étude des impacts (choc avec un doigt) à la surface d'une plaque réverbérante à l'aide du retournement temporel mono-voie.

1.1.2 Interférométrie de coda

Au début des années 70 les travaux de K. Aki [29] montrent que la croûte terrestre peut se comporter comme un milieu diffuseur (les diffuseurs sont des zones où les paramètres élastiques du milieu sont différents du reste du milieu). La conséquence est qu'un grand nombre de paquets d'onde arrivent après les premières réflexions et s'étalent sur une longue durée, en s'amortissant lentement dans le temps [30, 31]. La durée des signaux sismiques (coda) peut ainsi se prolonger jusqu'à plusieurs dizaines de minutes.

Cette coda est très sensible aux changements dans le milieu. L'une des techniques utilisées dans le domaine de la géophysique pour exploiter cet effet [32] est l'interférométrie de coda, ou CWI (Coda Wave Interferometry) [33, 34]. Cette technique permet d'observer, au cours du temps, les changements des conditions de propagation d'ondes acoustiques dans un milieu. Le principe de base est de comparer les signaux réverbérants enregistrés entre deux états (comparaison des amplitudes, des phases ou calcul de la fonction d'auto-corrélation entre les deux) [33, 34, 35, 36, 37].

Les changements dans la coda peuvent être liés à la modification de structure et utilisés comme un indicateur d'endommagement. Selon les cas, cette modification peut être due à une variation de la température [38, 39], de contrainte [40], de vitesse de propagation [35] où un changement de l'état d'endommagement [41, 42].

La technique CWI peut être également envisagée dans le contrôle non destructif des matériaux, comme le béton ou l'aluminium afin de détecter des défauts potentiels [43, 44]. Dans les travaux de E. Balaa et al. [45], la CWI est utilisée pour évaluer les modifications de temps

de parcours d'ondes acoustiques dans une plaque d'aluminium soumis à des changements de températures. E. Larose et al. [46] ont par ailleurs utilisé cette méthode pour localiser un petit défaut dans un bloc de béton. J. E. Michaels et al. [47, 48, 49] utilisent CWI pour détecter, localiser et caractériser des défauts dans des structures réverbérantes.

1.1.3 Corrélation de champs

Le principe fondamental de la corrélation de champs a été mis en évidence par J. F. Claerbout [50]. Dans l'hypothèse où le champ acoustique est parfaitement diffus, on montre que [50, 51, 52, 53, 54, 55] la fonction de Green (qui n'est autre que la réponse impulsionnelle acoustique) entre deux points peut être extraite de la fonction de corrélation des signaux reçus. Ce résultat théorique permet d'utiliser la corrélation du bruit ambiant pour caractériser un milieu de manière passive. Ce principe a depuis été largement exploité dans des situations où un champ acoustique ambiant naturel existe.

Ainsi, plusieurs travaux dans différents domaines de l'acoustique ont vu le jour, comme en ultrasons [56, 37], en acoustique sous marine [57], en ingénierie civile [58], en sismologie [37] et en contrôle santé intégré des milieux réverbérants [9, 10, 11, 59, 60, 61].

La relation exacte entre la fonction de Green et la corrélation dépend des hypothèses et des conditions d'application. Ainsi dans un milieu fini avec une source unique, la relation suivante peut être écrite [62] :

$$C_{a,b}(t) = G_{a,b}(t) \otimes G_{s,s}(-t) \otimes f(t), \quad (1.2)$$

où $C_{a,b}(t)$ correspond à l'inter-corrélation entre les signaux reçus par deux récepteurs a et b et \otimes indique l'opérateur de convolution. $G_{a,b}(t)$ est la fonction de Green entre a et b , $G_{s,s}(-t)$ la retournée temporelle de la réponse au point source s et $f(t) = e(t) \otimes e(-t)$, avec $e(t)$ le signal émis.

Dans le cas d'une distribution homogène de sources décorréliées dans un milieu infini, P. Roux et al. [55] ont montré l'existence d'une relation de proportionnalité entre la fonction de Green et l'espérance mathématique de la fonction d'inter-corrélation $C_{a,b}(t)$:

$$\frac{dE[C_{a,b}(t)]}{dt} \propto [G(r_b, 0; r_a, -t) - G(r_a, t; r_b, 0)], \quad (1.3)$$

où \propto est le symbole de proportionnalité et $E[.]$ indique l'espérance mathématique. Les termes du second membre de l'équation (1.3) sont respectivement la retournée temporelle de la

fonction de Green provenant de la propagation du point b vers le point a et la fonction de Green provenant de la propagation du point a vers le point b .

On notera qu'un point important dans l'estimation de la fonction de Green à partir de la fonction de corrélation est que dans tous les cas, cette dernière converge mieux vers la fonction de Green si les signaux utilisés sont de longue durée.

Depuis quelques années, nous nous intéressons au laboratoire à l'application de ce principe de corrélation de bruit pour la détection et l'imagerie de défauts dans des structures à partir des champs ambiants. Un certain nombre de résultats prometteurs ont été obtenus sur des plaques ou des tubes [9, 10, 11, 60, 61]. L'objectif de ces travaux est le développement de réseaux de capteurs SHM (contrôle - santé de structure) à basse consommation, puisque purement passifs.

Les trois techniques décrites sommairement ici représentent des exemples notoires des rares méthodes permettant de tirer avantage des signaux de longue durée à multiples réflexions. Les applications très riches et tout à fait convaincantes de ces techniques en terme de caractérisation des milieux sont souvent rendues possibles au prix de traitements relativement complexes et d'analyses assez avancées. À l'inverse, la méthode présentée dans cette thèse ne repose que sur des traitements simples (moyennes, régressions linéaires, élévation au carré, intégration temporelle) appliqués sur des collections de signaux réverbérants enregistrés sur quelques capteurs. Nous verrons que même si les résultats sont naturellement moins riches en terme de caractérisations locales, des applications à notre connaissance tout à fait originales peuvent néanmoins en découler.

1.2 Modélisation de la réverbération dans les plaques

Dans cette section, nous présentons les modèles déterministes usuels permettant de décrire le comportement de la réverbération dans une plaque.

Lorsqu'un milieu solide de dimension finie est soumis à une perturbation, celle-ci se propage dans le milieu en s'éloignant de la source d'excitation. Soit une onde se propageant dans un milieu de dimension L et à la vitesse de propagation v . Nous pouvons définir un temps caractéristique [63] $t_c = L/v$.

Une fois que l'onde atteint les limites du domaine (Figure 1.3), une partie de l'énergie est dissipée vers l'extérieur et le reste est réfléchi sur les bords vers l'intérieur. Pour un temps $t \gg t_c$, la perturbation principale fait un nombre important d'aller-retours entre le point source et les frontières du milieu. Les interférences entre les ondes incidentes et réfléchies sur les bords peuvent être constructives ou destructives. Ceci se traduit par une sélection

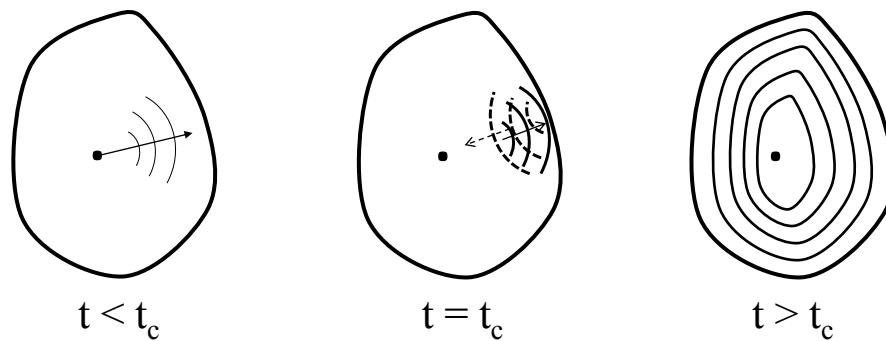


FIGURE 1.3 – Approche local vs. approche globale des phénomènes dynamiques. t_c est le temps caractéristique. (Tiré du livre "Acoustique des instruments de musique", par A. Chaigne et J. Kergomard [63].)

des fréquences contenant la quasi-totalité de l'énergie interne du système. En l'absence de dissipation, ces fréquences correspondent aux modes propres du système.

Dans le cas des vibrations de flexion linéaires d'une plaque mince, ces deux approches ondes et mode peuvent être toutes deux décrites en première approximation par le modèle de Kirchhoff-Love [64]. Dans ce cadre, l'équation classique des plaques minces pour un déplacement transversal $u = u(x, y, t)$ se met sous la forme [65, 66] :

$$\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \nabla^4 u = f(x_s, y_s, t). \quad (1.4)$$

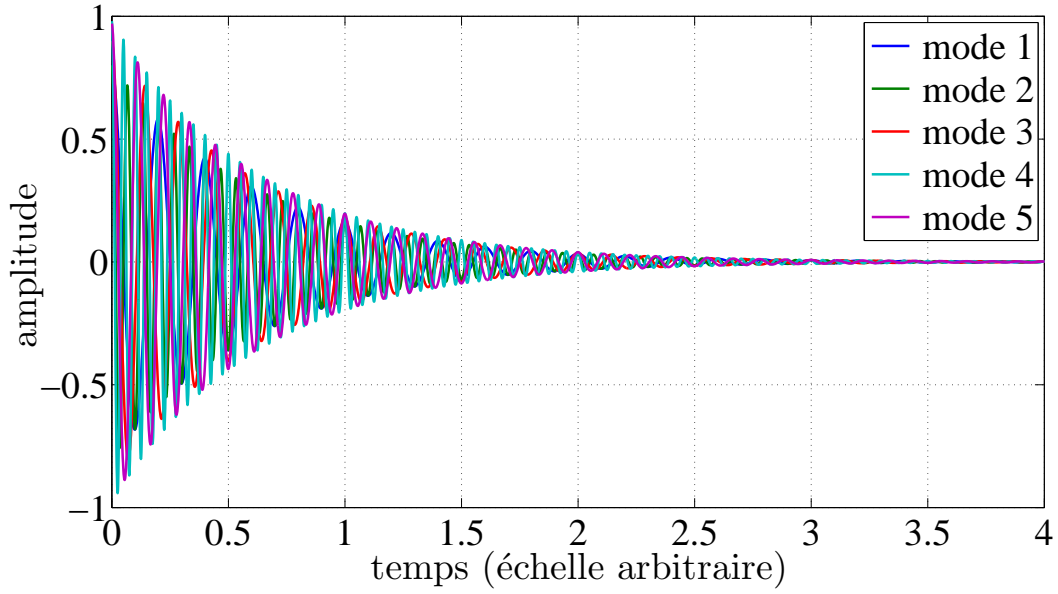
Où $f(x_s, y_s, t)$ est la composante verticale de la pression exercée sur la surface de la plaque, avec (x_s, y_s) est la position de la source. ρ est la masse volumique, h est l'épaisseur de la plaque, E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

1.2.1 Classes de méthodes usuelles

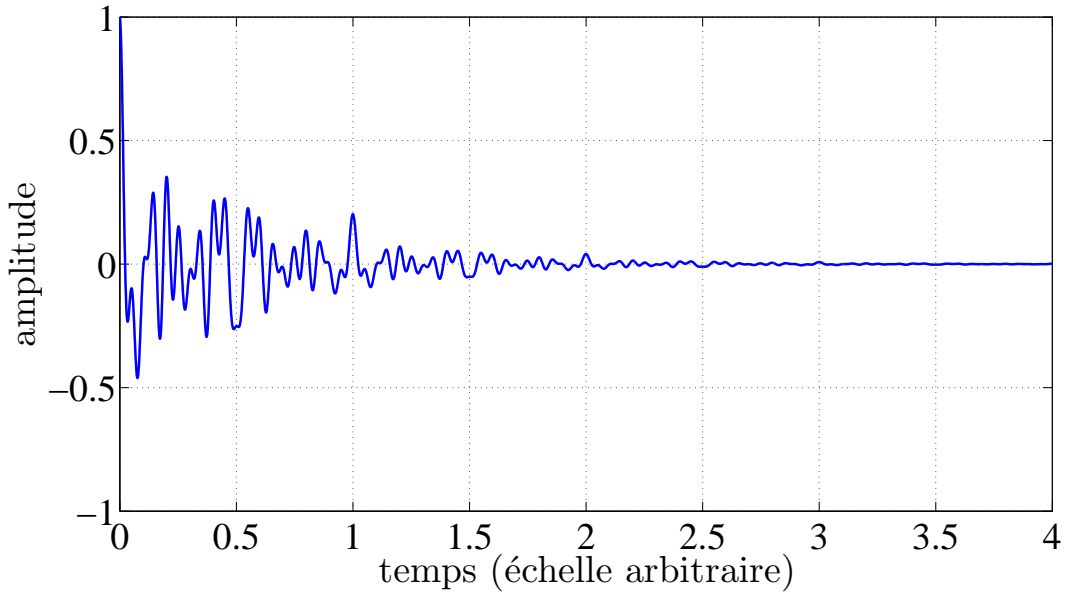
Domaine fréquentiel (méthodes modales)

La méthode de décomposition modale [67, 68, 69] consiste à décomposer le champ acoustique dans un milieu fermé sur une base orthogonale constituée de solutions élémentaires (les modes) de l'équation de propagation considérée (Équation 1.4 dans le cas des plaques minces).

Le principe de la décomposition modale est illustré par la figure 1.4. La figure 1.4-(a) présente les signaux correspondant à différents modes (atténués). Le signal réverbéré complexe est obtenu par superposition (somme pondérée) des signaux modaux (Figure 1.4-b).



(a) Signaux correspondant à différents modes.



(b) Superposition des signaux modaux.

FIGURE 1.4 – Principe de la décomposition modale.

Dans le cas des plaques minces soumises à des vibrations en flexion, la décomposition modale de la variable déplacement est donnée par l'équation suivante :

$$u(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y), \quad (1.5)$$

où les ϕ_{mn} sont les déplacements modaux et q_{mn} les coefficients associés. Dans ces expressions,

m et n sont des entiers positifs. Pour une plaque rectangulaire isotrope, les modes propres satisfaisant l'équation de Kirchhoff-Love (équation 1.4) sont de la forme :

$$\phi_{mn} = \frac{2}{\sqrt{L_x L_y}} \sin(k_m x) \sin(k_n y). \quad (1.6)$$

Les pulsations propres ω_{mn} et les nombres d'onde $k_{m,n}$ sont déduits de l'équation (1.4) pour une plaque isotrope de dimensions L_x et L_y :

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{1}{\rho h}} \sqrt{\left(\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} \right) \left(\frac{\pi^2 m^2}{L_x^2} + \frac{\pi^2 n^2}{L_y^2} \right)}, \quad (1.7)$$

et

$$k_{m,n}^2 = k_m^2 + k_n^2 = \frac{m^2 \pi^2}{L_x^2} + \frac{n^2 \pi^2}{L_y^2}, \quad (1.8)$$

où ρ est la masse volumique, h est l'épaisseur de la plaque et E et ν sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson. L'obtention des coefficients modaux q_{mn} peut se faire classiquement de deux façons différentes : premièrement, en utilisant l'orthogonalité des modes, deuxièmement par le théorème des résidus (calculant la transformée de Fourier inverse).

Parmi les abondants travaux sur le sujet, nous donnons ici deux exemples intéressants d'application de la méthode de décomposition modale aux plaques réverbérantes. K. Arcas et al. [66, 70] ont réalisé un modèle numérique basé sur la décomposition modale afin de reproduire l'effet de réverbération dans une plaque et étudier le temps de réverbération de celui-ci à partir des paramètres physiques caractérisant cette dernière. G. Ribay et al. [19] ont utilisé une décomposition modale pour relier la qualité de la focalisation par retournement temporel aux caractéristiques du milieu.

Domaine temporel (méthode source-images)

La méthode des source-images, surtout utilisée en acoustique des salles [71, 72], est issue de la loi de réflexion des ondes sur une paroi et vise à se ramener à une solution simple de l'équation des ondes (Équation 1.4 dans le cas des plaques minces). Cette méthode est basée sur la distribution des source-images tout autour du milieu réverbérant, qui remplacent chaque réflexion sur ses parois. La construction se fait de manière géométrique, par symétrie par rapport aux parois du milieu. Autrement dit, la méthode suppose que les parois de réflexion sont parfaitement planes et lisses au regard des longueurs d'onde considérées, de

sorte que les diffractions et les diffusions puissent être négligées. La source principale et chacune de ses source-images émettent des ondes sphériques comme si elles émettaient dans un milieu infini. Ainsi, le temps que met chacune des réflexions pour atteindre un point de réception donné correspond à la distance entre la source-image correspondant et ce point. Les atténuations sont calculées à partir de la distance qui sépare la source-image du récepteur et d'un terme exponentiel qui est lié au temps de réverbération du milieu. La figure 1.5 présente la répartition des source-images pour quelques exemples de structures bidimensionnelles.

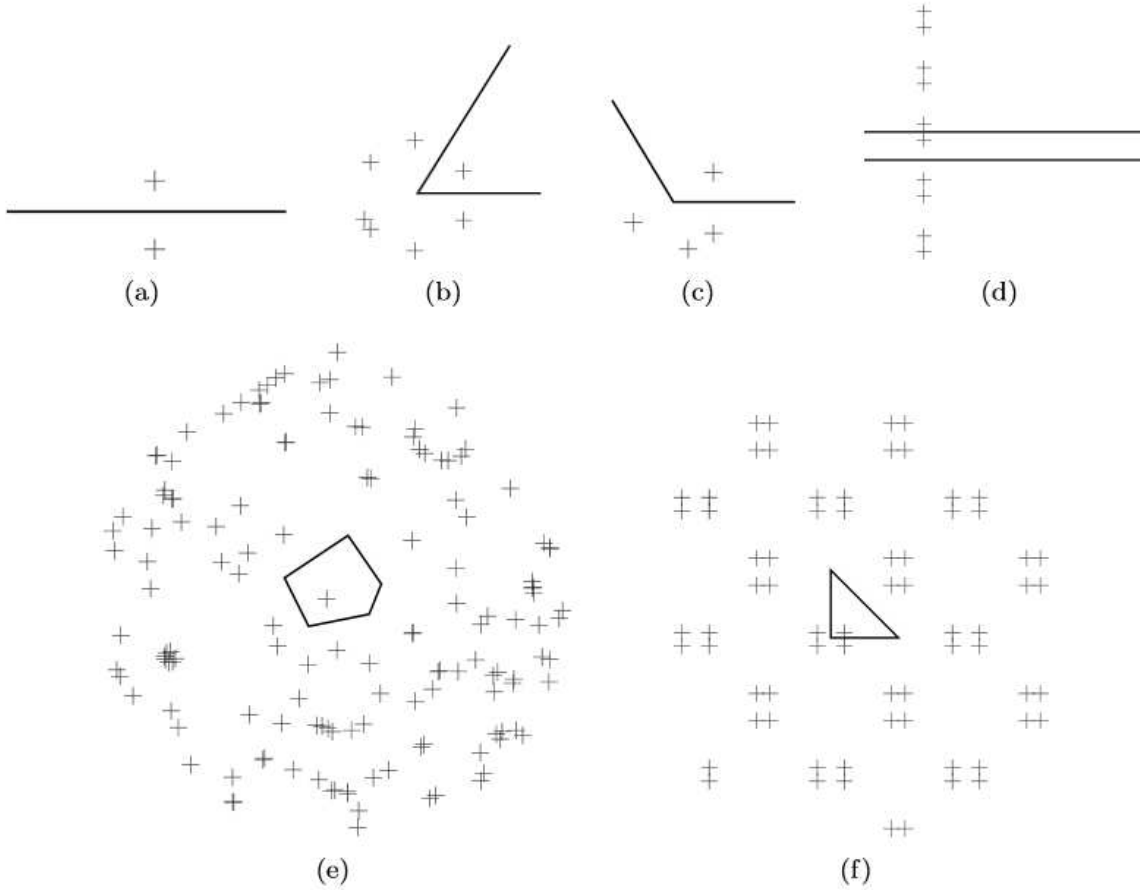


FIGURE 1.5 – Exemples de source-images pour des structures 2D. (a) Domaine semi-infini, (b) angle aigu, (c) angle, (d) guide d'onde, (e) polygone arbitraire et (f) polygone triangulaire. (Tiré de la thèse de J. Cuenca, "Wave models for the flexural vibrations of thin plates" [73].)

La méthode des source-images a été développée à l'origine pour étudier l'acoustique des salles. Ainsi, un très grand nombre d'articles ont vu le jour pour prédire le champ sonore dans des espaces clos tels que des salles de concert à partir des source-images. J. B. Allen et D. A. Berkley [71] ont par exemple utilisé cette méthode pour la simulation de la réponse impulsionnelle des salles rectangulaires. Au cours des années 1970 et 1980, différentes techniques basées sur la méthode des source-images [74, 75] sont développées afin de simuler un

milieu réverbérant.

En revanche, l'application de la méthode des source-images à la réverbération dans les plaques est beaucoup plus récente. R. Szilard a utilisé cette méthode pour l'étude de la fonction de Green des plaques rectangulaires et triangulaires isocèles [76]. Elle a également été utilisée par J. Cuenca et al. [77, 78] afin de développer une méthode pour obtenir la fonction de Green des plaques polygonales de forme arbitraire et à des fréquences élevées. R. Gunda et al. [79] ont montré que cette méthode est efficace pour le calcul de la réponse harmonique à bande étroite des plaques et des poutres minces.

Méthodes numériques

Le développement des méthodes numériques en acoustique répond au besoin de prédire la solution des systèmes complexes d'équations aux dérivées partielles, dans les cas où la résolution analytique de ces équations est trop délicate. Le principe est de transformer des problèmes continus en problèmes discrets et d'obtenir ainsi une approximation de la solution exacte.

L'avantage principal de ces méthodes réside dans leur capacité à déterminer des quantités inconnues (ex : champ de déplacement) en tout point de la structure, même pour des structures ayant des géométries complexes ou des matériaux hétérogènes ou multicouches.

Il existe plusieurs méthodes numériques applicables au domaine des ultrasons. Premièrement, la méthode des éléments de frontière [80], méthode qui transforme une intégrale de volume en une intégrale de surface utilisant la fonction de Green [81]. Deuxièmement, la méthode des différences finies [82] se base sur le découpage de la structure en une maille de nœuds. Les équations de propagation sont discrétisées à l'aide des séries de Taylor et la résolution d'un système d'équations permet de déterminer les champs de déplacement. Troisièmement, la méthode des éléments finis [12], qui se base sur la discrétisation par éléments finis du milieu continu, puis l'application de fonctions d'interpolations permettant d'approximer le champs de déplacement à partir des déplacements en chaque nœud. L'application d'une formulation variationnelle permet alors d'obtenir un système d'équations qui peut être résolu numériquement.

C'est cette dernière approche que nous avons retenu pour les validations numériques présentées dans les chapitres suivants de cette thèse. Dans notre cas, les logiciels libres Gmsh [83] (pour le maillage) et Elmer [84] (pour le calcul éléments finis) sont utilisés.

1.2.2 Limitations des méthodes déterministes

Les méthodes déterministes (vues dans la section précédente) se heurtent vite à la complexité des phénomènes de diffraction et de diffusion rencontrés sur les parois du milieu. Les limitations principales de chacune de ces méthodes sont données ci-dessous :

1. La méthode modale est souvent utilisée pour des applications réduites à des géométries simples, ainsi que pour des caractéristiques d'absorption uniformes au niveau des surfaces et des cavités closes. De plus, nous pouvons ajouter que les longueurs d'ondes doivent être de l'ordre des dimensions du milieu. Si cette condition n'est pas validée, la théorie est difficile à appliquer en raison du nombre trop important de modes à prendre en compte.
2. La méthode des source-images est également limitée à des structures basiques telles que des pièces rectangulaires. Le temps de calcul augmente au fur et à mesure que les réflexions sur les parois deviennent nombreuses. Les structures complexes ayant des parois courbes entraînent des tests de visibilité qui déterminent la réalité physique des source-images et augmentent également le nombre de sources-images à construire. Dans ces conditions l'ordre des réflexions que l'on peut raisonnablement prendre en compte est vite limité. En effet, on peut montrer [85] que le nombre de source-images croît exponentiellement avec l'ordre de réflexion. Donc la réponse impulsionnelle calculée dans ces conditions est courte, ce qui n'est pas adapté au traitement de la réverbération. De plus, la diffusion par les surfaces n'est pas traitée et seules les réflexions spéculaires sont prises en compte.
3. Afin d'obtenir des résultats précis dans des milieux complexes par les méthodes numériques, il est nécessaire de créer un maillage complexe et raffiné. Dans ce cas, le nombre de nœuds peut devenir extrêmement élevé et conduire à des temps de calcul importants et/ou à la nécessité de recourir à des ordinateurs puissants, notamment pour des gammes de fréquences élevées et les temps de propagation longs nécessaires pour caractériser la réverbération.

En résumé, les méthodes déterministes perdent leur pertinence lorsque la densité de réflexions devient trop élevée et la durée de signaux trop importants. De plus, même dans les cas où les calculs déterministes exacts sont possibles, le traitement et l'interprétation des résultats en termes de comportement général devient difficile à cause du grand nombre de paramètres intervenant.

Une solution pour surmonter ces limitations et traiter de façon plus adaptée la réverbération acoustique est le recours à une approche statistique. Ceci sera détaillé par la suite. La figure 1.6 illustre la distribution temporelle des impulsions arrivant en un point de réception

et indique les approches favorables pour étudier la réverbération.

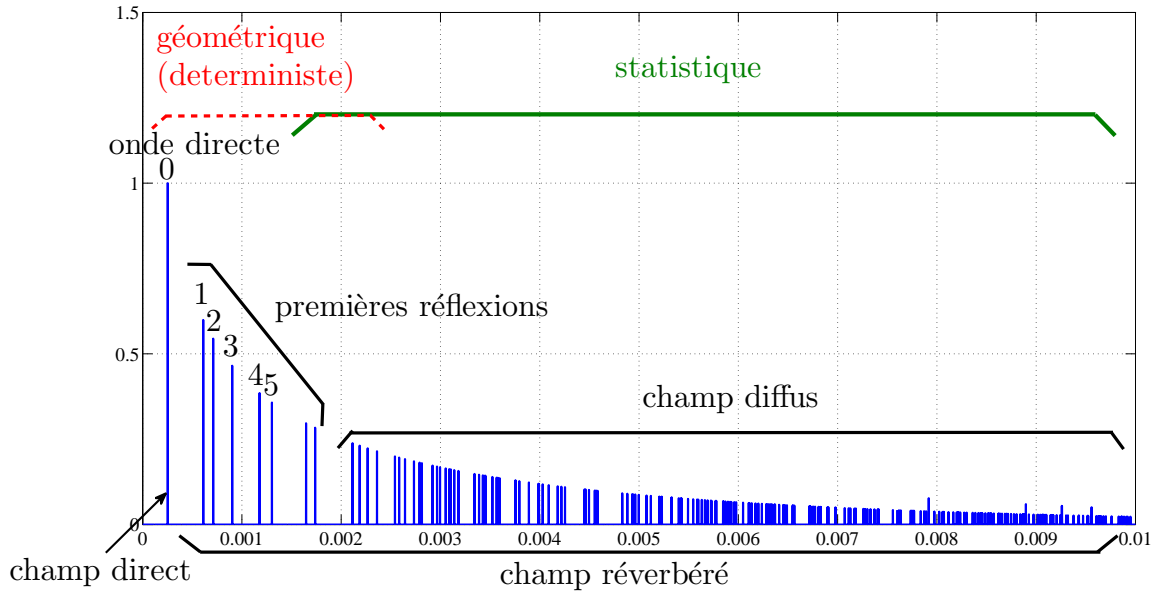


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de la distribution temporelle des réflexions captées en un point R d'un milieu réverbérant.

1.3 Approches statistiques

Comme nous l'avons vu, les modèles déterministes fournissent la réponse particulière dépendant de tous les paramètres du système (positions des sources, capteurs, toutes propriétés du milieu, etc.) pour une configuration particulière. À l'inverse, il existe des approches statistiques qui ne donnent pas accès à ces réponses particulières, mais peuvent fournir des grandeurs moyennes traduisant un comportement général à partir des lois de probabilités dépendant seulement de quelques paramètres globaux.

Ce type d'approche, bien adapté au traitement de la réverbération, est applicable aussi bien dans le cadre de la description propagative (ondes) que modale.

1.3.1 Domaine fréquentiel et domaine temporel

Dans cette section nous visons à mettre en évidence qu'au-delà d'une certaine densité de réflexions (domaine temporel) ou bien densité modale (domaine fréquentiel), une approche statistique est plus pertinente pour décrire le champ réverbérant.

Densité modale

Considérons une plaque rectangulaire de longueur L_x et de largeur L_y , dont les bords sont parfaitement réfléchissants. Dans le plan (k_m, k_n) (voir l'équation 1.8), chaque valeur de k_{mn} est représentée par un vecteur d'origine O et dont l'extrémité est l'un des nœuds d'un maillage réalisé avec un pas d'espace $\pi/L_x, \pi/L_y$ (voir la figure 1.7).

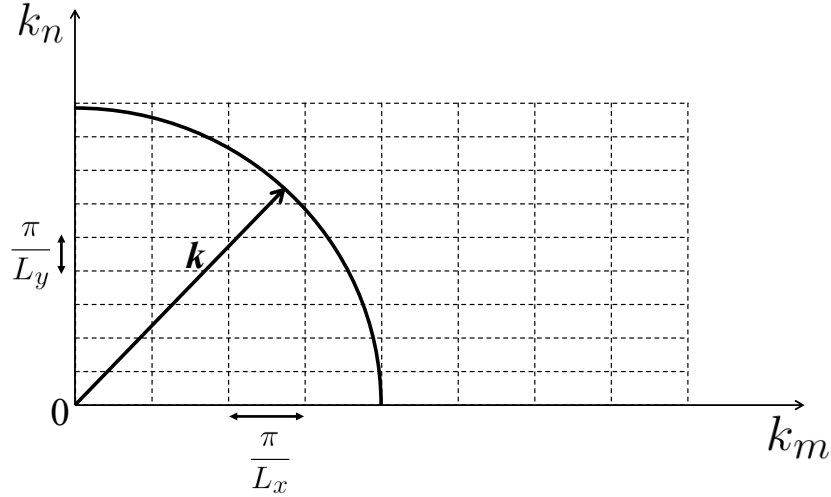


FIGURE 1.7 – Calcul du nombre de modes et de densité modale pour une structure bidimensionnelle. (Tiré du livre "Acoustique des instruments de musique", par A. Chaigne et J. Kergomard [63].)

Ainsi, le nombre de modes $N(f)$ de fréquence inférieure à une fréquence f donnée est estimé asymptotiquement en divisant la surface du quart de cercle de rayon k par l'aire élémentaire du maillage [63] :

$$N(f) = \frac{\mathcal{S}}{h} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)\rho}{E}} f, \quad (1.9)$$

avec \mathcal{S} la surface de la plaque. La dérivée du nombre de modes par rapport à f nous permettra de calculer la densité modale $n(f)$ (définie comme le nombre de modes propres dans un intervalle fréquentiel donnée, divisé par cet intervalle) du milieu :

$$n(f) = \frac{\mathcal{S}}{h} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)\rho}{E}}. \quad (1.10)$$

D'après Weyl, R. Balian et C. Bloch [86] cette expression de la densité modale reste valable quelque soit la forme géométrique du milieu. Nous remarquons que la densité modale de la plaque est proportionnelle à la fréquence. Les modes de largeur de bande non nulle vont donc

interférer les uns avec les autres d'autant plus que la fréquence est élevée. L'approche modale est alors mise en défaut lorsque la densité modale est importante, donc pour des hautes fréquences. Il n'est plus possible de séparer les modes et le spectre des signaux vibratoires devient quasiment continu [87, 88]. Le champ acoustique peut alors être considéré comme diffus [87, 88, 89] et une description statistique est plus adaptée [90].

Densité des paquets d'ondes

Dans ce paragraphe, nous abordons de façon statistique la répartition des source-images autour de la structure. Pour les premières réflexions (c'est à dire pour des source-images à de courtes distances du point de réception, voir la figure 1.8), les positions de la source et du récepteur ont une influence importante sur les caractéristiques des signaux. En revanche, au fur et à mesure que le temps passe, le nombre de réflexions augmente, et la répartition angulaire des source-images peut être considérée comme à peu près uniforme en moyenne. Ainsi aux temps longs, les positions des source-images et du récepteur n'ont en moyenne plus d'influence sur le comportement de réverbération.

Il est donc possible de définir une densité des paquets d'ondes, indépendante des positions de source et du récepteur (Figure 1.8). Pour une structure 2D, celle-ci est donnée par [10] :

$$D_e(t) = \frac{dN}{dt} \simeq \frac{2\pi v^2}{\mathcal{S}} t, \quad (1.11)$$

où N est le nombre de source-images à l'intérieur du disque de rayon $R = vt$ et \mathcal{S} est l'aire de la structure et v la vitesse de propagation.

Alors que pour une salle acoustique (3D) cela est donné par [87] :

$$D_e(t) = \frac{dN}{dt} \simeq \frac{4\pi v^3}{\mathcal{V}} t^2, \quad (1.12)$$

avec \mathcal{V} le volume de la salle parallélépipédique.

Quand la densité des réflexions devient très importante, il n'est plus possible de dissocier les différentes composantes du son (les paquets d'onde), ainsi l'énergie est uniformément répartie dans l'espace. Le champ acoustique est alors un champ diffus [91] et l'approche statistique donne une approximation moyenne globale sur la réverbération.

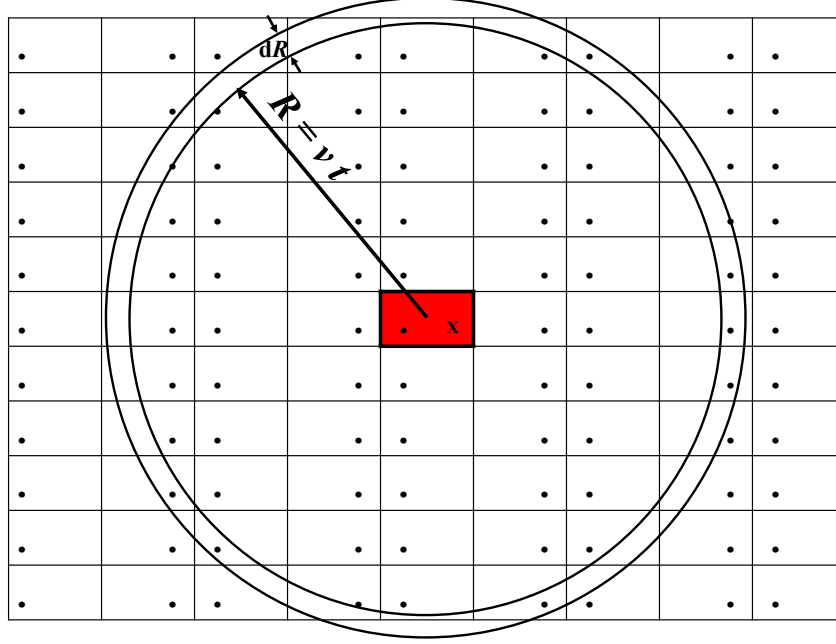


FIGURE 1.8 – Distributions des source-images. "•" représente les source-images et "x" représente le récepteur.

1.3.2 Illustration en acoustique des salles

La plupart des recherches sur les salles acoustiques se basent sur le calcul du temps de réverbération T_R qui est introduit au début du XX^{ème} siècle, par W. C. Sabine [92]. Comme indiqué dans la section précédente, on se place dans le cas d'une densité modale élevée permettant une distribution uniforme de l'énergie sonore (champ diffus), on considère qu'un rayon acoustique est atténué d'un facteur de $(1 - \alpha)$ à chaque rencontre d'un mur, avec α le coefficient d'absorption moyen des parois. Ainsi, au fur et à mesure que l'onde rencontre les parois, l'intensité se réduit en moyenne d'un facteur de $(1 - \alpha)^{vt/l_m}$, où v est la célérité de l'onde dans la salle, l_m le libre parcours moyen, le terme de ses parcours entre deux réflexions successives, $(= 4V/\mathcal{S})$ et t représente le temps.

Donc l'énergie qui atteint un récepteur (ou bien l'auditeur) dans la partie réverbérante du signal à un instant t est donnée par [13] :

$$I(t) = I_0 e^{-\Gamma vt} (1 - \alpha)^{vt/l_m}, \quad (1.13)$$

où I_0 est l'énergie émise à l'instant initial, Γ est le facteur de dissipation en parois et $e^{-\Gamma vt}$ représente le terme d'absorption au cours du trajet dans l'air. Le temps de réverbération est obtenu par la condition [13] :

$$\frac{I_0}{I(t)} = 10^6 \text{ (60 dB)} . \quad (1.14)$$

Ce qui donne :

$$T_R = \frac{0,16 \mathcal{V}}{4 \Gamma \mathcal{V} - \mathcal{S} \ln(1 - \alpha)} , \quad (1.15)$$

avec \mathcal{V} le volume de la pièce et \mathcal{S} l'aire totale des parois. C'est la formule d'Eyring-Norris [93] qui se réduit à la formule dite de Sabine, lorsque le coefficient d'absorption dans l'air, Γ est négligé :

$$T_R = \frac{0,16 \mathcal{V}}{-\mathcal{S} \ln(1 - \alpha)} . \quad (1.16)$$

Si $\alpha \ll 1$ alors $\ln(1 - \alpha) \approx -\alpha$, l'équation précédente se simplifie :

$$T_R = \frac{0,16 \mathcal{V}}{\mathcal{S} \alpha} . \quad (1.17)$$

Nous obtenons ainsi une forme simplifiée de la loi de Sabine qui détermine le temps de réverbération des salles.

Cette relation est très souvent utilisée pour estimer le coefficient d'atténuation des parois d'une salle et caractériser le revêtement absorbant, à partir de la mesure du temps de réverbération [94, 95, 96, 97, 98]. Dans la plupart des standards d'aujourd'hui ce temps de réverbération T_R est estimé à partir d'une régression linéaire sur la pente de la décroissance intégrée de Schroeder [89, 99, 100, 101, 102].

Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, des approches de ce type peuvent être également mises en œuvre pour la caractérisation des structures solides où la réverbération acoustique est significative.

1.4 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les signaux de longue durée issus de propagations acoustiques dans des milieux fermés à faible atténuation pouvaient être utilisés pour recueillir des informations utiles sur les caractéristiques de ces milieux. Un certain nombre de techniques à la pointe de l'acoustique physique, telles que le retournement temporel, l'interférométrie de coda ou encore la corrélation de bruit, permettent d'extraire un certain nombre de ces informations et d'obtenir ainsi des caractérisations plus ou moins locales du milieu. La littérature dans le domaine abonde de résultats très convaincants obtenus grâce à ces approches, souvent au prix de traitements et d'analyses relativement complexes.

Nous avons également montré en quoi les méthodes de modélisation purement déterministes atteignent leurs limites lorsqu'il s'agit de caractériser la réverbération. Les approches statistiques permettant de décrire le comportement moyen de réverbération à partir d'un faible nombre de paramètres accessibles expérimentalement sont en revanche bien adaptées. La contrepartie est bien entendu la perte de l'information locale au profit d'une information moyennée. Ces approches ne viennent donc pas en concurrence, mais éventuellement en complément des méthodes évoquées plus haut. L'exemple de l'acoustique des salles, où l'utilisation des approches statistiques en régime de champ diffus est courante, a permis d'illustrer clairement le fait que les caractéristiques moyennes des signaux réverbérés, notamment la décroissance en fonction du temps, peuvent être reliées à certaines propriétés du milieu (formule de Sabine).

Nous proposons dans la suite de cette thèse de reprendre et adapter cette idée générale pour l'estimation de propriétés structurelles dans les plaques réverbérantes à partir de traitements relativement simples. À la différence de ce qui est fait classiquement en acoustique des salles, nous ne nous intéresserons cependant pas uniquement au temps de réverbération, mais également aux amplitudes des enveloppes de réverbération.

CHAPITRE 2

Modèle statistique en domaine temporel de la réverbération dans les plaques

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, le milieu réverbérant considéré est un solide de géométrie essentiellement bidimensionnelle (plaque), peu absorbant vis à vis des ondes élastiques. Les ondes élastiques (acoustiques) ayant parcouru la totalité de la plaque accumulent des informations caractérisant celle-ci.

Tout d'abord, un modèle statistique est développé dans le domaine temporel pour une plaque réverbérante, en se basant sur la méthode des source-images [11, 70]. Cette dernière est utilisée pour estimer les distributions des paquets d'ondes dans les signaux. Par la suite ce modèle nous permettra de prédire les expressions des caractéristiques moyennes (enveloppes, intégrale de Schroeder) des signaux dispersifs reçus en quelques points. Enfin, ces résultats théoriques sont validés par une comparaison avec des résultats numériques et expérimentaux et des paramètres structurels du milieu sont extraits des moyennes d'ensemble calculées sur les signaux mesurés après propagation dans le milieu réverbérant.

Nous considérons ici le cas des plaques rectangulaires, afin de simplifier les développements. Nous montrerons cependant dans le chapitre suivant que les résultats obtenus restent valables quelle que soit la forme de la plaque.

2.2 Description statistique basée sur les source-images

2.2.1 Comportement statistique des paquets d'onde

Nous considérons ici une plaque finie de surface \mathcal{S} , de faible atténuation, soumise à une excitation acoustique $s_0(t)$ de courte durée T par point source S (Figure 2.1). Cette source est considérée comme isotrope et donc les ondes émises par celle-ci présentent des fronts d'onde cylindriques (propagation bidimensionnelle). Par souci de simplicité, nous allons considérer un seul mode guidé se propageant dans la plaque. Cette hypothèse est réaliste lorsqu'on travaille à des valeurs suffisamment faibles du produit fréquence-épaisseur, pour lesquelles il n'existe que le mode de flexion (A_0) et le mode symétrique (S_0). De plus, pour une force normale appliquée en surface, c'est le mode A_0 qui est dominant [19]. Nous pouvons noter que dans ces conditions, A_0 est assimilable aux ondes de flexions modélisées par le modèle de Kirchhoff-Love mentionné dans la section 1.2 au chapitre 1.

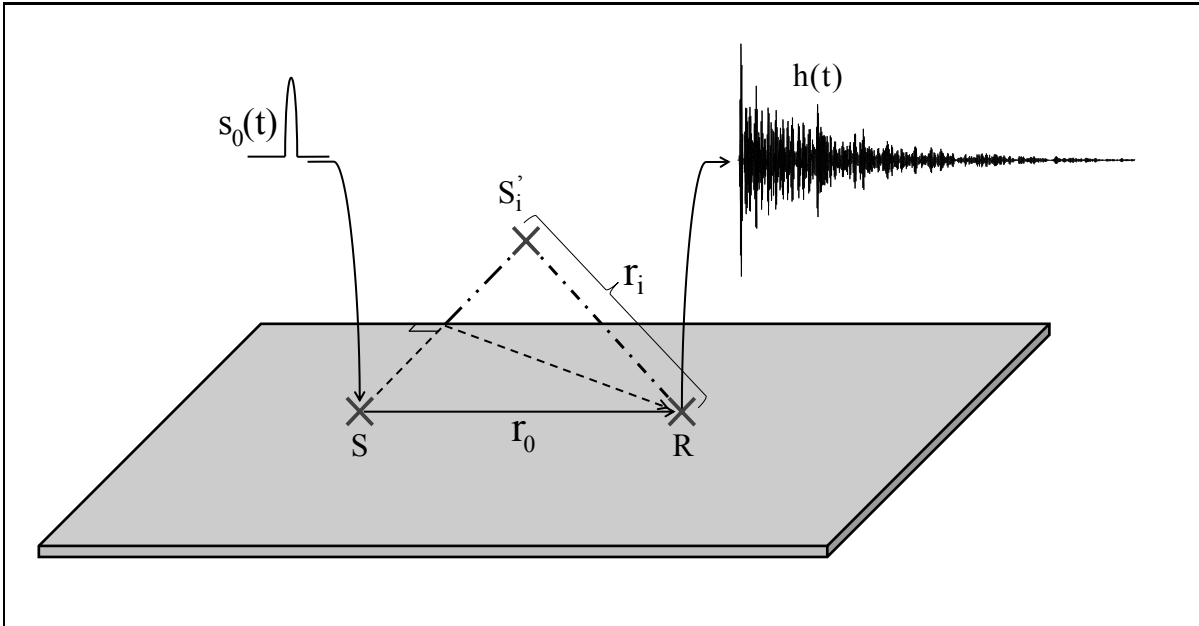


FIGURE 2.1 – Description de la configuration étudiée.

Le signal reçu par un récepteur R à la surface de la structure est constitué d'un signal de propagation directe $h^D(t) = s(r_0, t)$ de la source au récepteur et une partie réverbérée $h^R(t)$ correspondant à une série de réflexions sur les bords de la plaque :

$$h(t) = s(r_0, t) + h^R(t), \quad (2.1)$$

où $s(r, t)$ est un signal reçu après propagation (dispersive) sur une distance r (r est une

valeur particulière de r_i) et r_0 correspond à la distance entre la source et le récepteur (voir la figure 2.1). Le signal réverbéré $h^R(t)$ est exprimé comme étant la somme des paquets d'onde issus des source-images [77] (S'_i , voir figure 2.1), d'où la présence de plusieurs paquets d'onde espacés dans le temps, comme nous illustrons dans la figure 2.2. Nous décomposons la distance de propagation r en petits intervalles Δr_i , dans le but d'avoir au maximum un paquet d'onde par intervalle Δr_i . Ceci peut se traduire littéralement sous la forme :

$$h^R(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_i s_R(r_i, t), \quad (2.2)$$

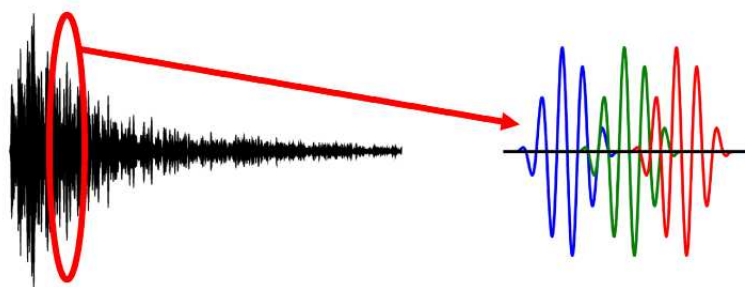


FIGURE 2.2 – Signal réverbéré correspondant à une superposition de paquets d'ondes.

où $s_R(r, t)$ est le signal reçu après un certain nombre de réflexions $N_R(r)$ sur les bords de la plaque, r_i est la distance entre le récepteur et un intervalle Δr_i . κ_i est le nombre de paquets d'ondes provenant des source-images situées à des distances entre r_i et $r_i + \Delta r_i$ du récepteur (voir le schéma de la figure 2.3). Ce nombre est considéré comme une variable aléatoire. Par la suite, l'intervalle Δr_i est choisi assez petit pour que $\kappa_i = 1$ ou 0 . L'espérance mathématique de κ_i est donnée par :

$$E[\kappa_i] = \lambda(r_i) \Delta r_i. \quad (2.3)$$

Mathématiquement parlant, $\lambda(r)$ de l'équation (2.3) correspond au paramètre caractéristique d'un processus de Poisson non stationnaire [11]. Physiquement, celui-ci est interprété comme étant la densité moyenne des paquets d'ondes s'étant propagés sur une distance r , c'est à dire le nombre moyen de source-images situées dans un intervalle de largeur infinitésimale dr à la distance r de la source, divisé par dr , voir la section 1.3. Ainsi l'expression de $\lambda(r)$ dépend de la géométrie du milieu réverbérant et peut être estimée à partir de la répartition des source-images [103]. Ceci sera présenté ici dans le cas d'une plaque de forme rectangulaire.

La plaque considérée étant de forme rectangulaire et de surface \mathcal{S} (représentée par les traits pleins sur la figure 2.4), elle a quatre plans de réflexions. Ainsi, la source primaire a quatre source-images d'ordre 1 chacune étant l'image par rapport à un des bords. Donc

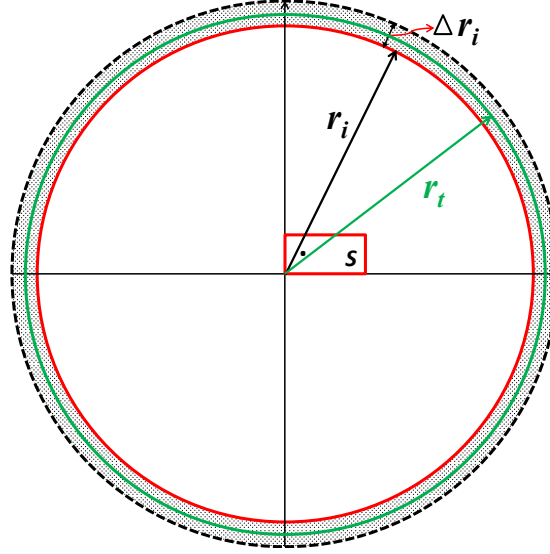


FIGURE 2.3 – Nombre de paquets d'onde issus des source-images situées à des distances r_i et $r_i + \Delta r_i$.

pour un ordre de réflexion égal à 1, le signal total reçu par le récepteur R est obtenu par la sommation du premier paquet d'onde reçu du trajet direct et les quatre paquets d'ondes engendrés par chaque source-image (Figure 2.4).

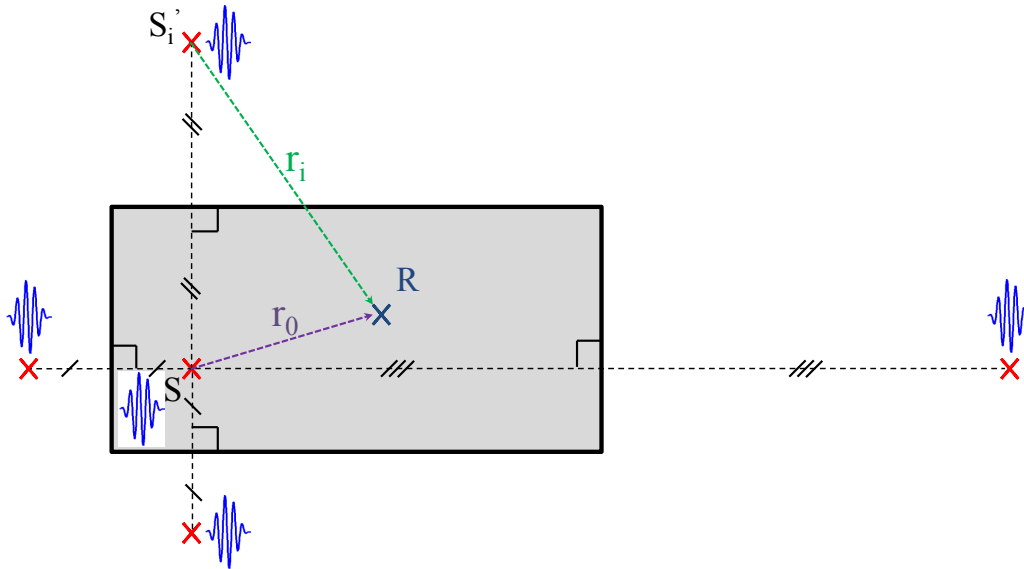


FIGURE 2.4 – Source-images du 1^{er} ordre.

La densité moyenne des paquets d'ondes $\lambda(r)$ n'a de sens que pour les ordres de réflexion supérieurs (Figure 2.5). Pour obtenir l'ensemble des source-images [78], nous pouvons considérer une cellule élémentaire (représentée en pointillés rouge dans la figure 2.5) constituée de quatre rectangles, et reproduire cette cellule par symétries selon les axes horizontaux et

verticaux.

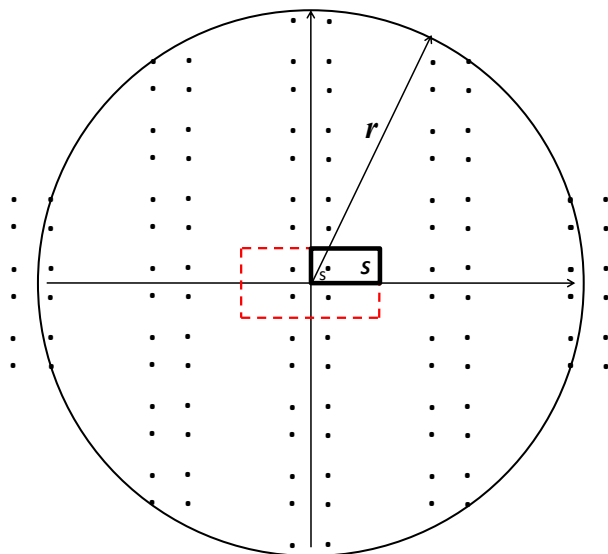


FIGURE 2.5 – Constitution des source-images d'une plaque rectangulaire. "s" est le point source et \mathcal{S} représente la surface de la plaque.

Chaque symétrie de la cellule de base va contenir 4 source-images. Ainsi, pour une distance r choisie beaucoup plus grande que les dimensions de la plaque, le nombre de source-images $\Lambda(r)$ qui se trouvent à l'intérieur du disque de rayon r correspond approximativement au rapport entre la surface du disque et la surface de la plaque :

$$\Lambda(r) \simeq \frac{4\pi r^2}{4\mathcal{S}} = \frac{\pi r^2}{\mathcal{S}}. \quad (2.4)$$

Le nombre de paquets d'ondes qui se propagent sur des distances entre r et $r + dr$ est alors donné par :

$$\Lambda(r + dr) - \Lambda(r) = d\Lambda. \quad (2.5)$$

La densité moyenne des paquets d'ondes se propageant sur une distance r est définie comme ce nombre de paquets d'onde divisé par dr , et donc la dérivée de $\Lambda(r)$ par rapport à la distance :

$$\lambda(r) = \frac{d\Lambda}{dr}. \quad (2.6)$$

En introduisant l'équation (2.4) dans (2.6), on obtient :

$$\lambda(r) \simeq \beta_d r, \quad (2.7)$$

avec

$$\beta_d = \frac{2\pi}{\mathcal{S}}. \quad (2.8)$$

Nous remarquons que pour une propagation 2D, la densité moyenne des paquets d'ondes $\lambda(r)$ est une fonction linéaire par rapport à la distance de propagation r .

Les équations (2.7) et (2.8) restent valables quelque soit la forme géométrique de la plaque. Ceci sera démontré ultérieurement (voir la section 3.3 du chapitre 3).

Cette description statistique constituera le point de départ pour prédire le comportement des moyennes calculées sur les signaux reçus par plusieurs points de la plaque. Dans la suite de ce chapitre nous développerons des relations théoriques de moyennes (espérances mathématiques), afin de pouvoir extraire des paramètres qui caractérisent le milieu réverbérant.

2.2.2 Espérance mathématique de l'enveloppe des signaux

Dans cette section, nous allons dériver l'expression de la moyenne des enveloppes au carré des signaux reçus à la surface de la structure. Ensuite, cette expression est validée par une comparaison avec des signaux réverbérés calculés numériquement.

Considérons un signal $s_0(t)$ de courte durée T et filtré à bande étroite centré sur ω_0 (sinus fenêtré) émis par une source S dans une plaque rectangulaire réverbérante. Nous appelons $s(r, t)$ le signal reçu par le récepteur R après propagation sur une distance r dans le milieu complexe et $s_R(r, t)$ le signal reçu après un nombre de réflexions $N_R(r)$ sur les bords de la plaque. Ce dernier est modélisé par la méthode des source-images, ainsi pour une plaque infini, chaque source-image à une distance r du récepteur envoie un paquet d'onde $s(r, t)$ qui est multiplié par le coefficient de réflexion ρ . Les transformées de Fourier des signaux $s(r, t)$ et $s_R(r, t)$ après propagation cylindrique de l'unique onde de Lamb considérée sont données respectivement par :

$$\tilde{s}(r, \omega) = B(\omega) a(r) e^{-\gamma(\omega)r} \tilde{s}_0(\omega) e^{-jk_d(\omega)r}, \quad (2.9)$$

et

$$\tilde{s}_R(r, \omega) = \rho(\omega) \tilde{s}(r, \omega), \quad (2.10)$$

où $B(\omega)$ est un terme lié à l'excitation acoustique de la plaque (dû à la conversion du signal d'excitation émis en signal acoustique, fonction de transfert de l'émetteur et du récepteur), qui

dépend de la fréquence. $\gamma(\omega)$ coefficient d'atténuation, $\tilde{s}_0(\omega)$ est la transformée de Fourier du signal émis $s_0(t)$, $k_d(\omega)$ est le nombre d'onde en fonction de la pulsation ω (loi de dispersion) et $a(r)$ est un terme d'atténuation géométrique qui dépend de la distance de propagation ($1/\sqrt{r}$ dans le cas d'une structure bidimensionnelle). $\rho(\omega)$ est le produit des coefficients de réflexion sur les parois du milieu, qui dépend de la fréquence et du nombre de réflexions :

$$\begin{aligned}\rho_i(\omega) &= |\rho_i(\omega)| e^{j\varphi_i(\omega)} \\ &= \prod_{z=1}^{N_i} |\alpha_z(\omega)| e^{-j \sum_{z=1}^{N_i} \delta_z(\omega)},\end{aligned}\tag{2.11}$$

où N_i est l'ordre de réflexion moyen et $\varphi_i(\omega)$ est le déphasage pour la $i^{\text{ème}}$ source-image. $\alpha_z(\omega)$ est le module du coefficient de la $z^{\text{ème}}$ réflexion pour un terme de déphasage $\delta_z(\omega)$. Par souci de simplification, nous assimilerons α_z à sa valeur moyenne α_0 sur toutes les réflexions, dans la bande de fréquence de travail (bande étroite centrées sur ω_0). Ceci sera justifié ultérieurement par la prise de l'espérance mathématique de l'enveloppe au carré des signaux reçus.

$$\rho_i(\omega) = \alpha_0^{N_i} e^{-j \sum_{z=1}^{N_i} \delta_z(\omega)},\tag{2.12}$$

en introduisant l'équation (2.12) dans (2.9), la transformée de Fourier nous obtenons :

$$\tilde{s}_R(r_i, \omega) = a(r_i) \alpha_0^{N_i} B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{j\varphi_i(\omega)} e^{-jk_d(\omega)r_i} e^{-\gamma(\omega)r_i},\tag{2.13}$$

où N_i réflexions sur les bords de la plaque.

Dans un milieu fini, le signal reçu par le récepteur est donné d'après l'équation (2.1) par :

$$h(t) = s(r_0, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_i s_R(r_i, t).\tag{2.14}$$

Une fois les signaux enregistrés, nous nous intéressons ici essentiellement au second terme $h^R(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_i s_R(r_i, t)$, qui correspond à la partie réverbérée qui contient les informations potentiellement utiles sur les caractéristiques du milieu de propagation.

Pour mettre en évidence cette approche, nous étudions l'enveloppe du signal réverbéré $h^R(t)$, qui peut être déterminée par le signal analytique complexe $H^R(t) = h^R(t) + j\hat{h}^R(t)$, où $\hat{\cdot}$ représente la transformée d'Hilbert, qui est un outil mathématique très utilisé en théorie du signal pour décrire l'enveloppe complexe d'une grandeur réelle modulée par un signal. Alors $H^R(t)$ sera mis sous la forme :

$$H^R(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i s_R(r_i, t),\tag{2.15}$$

avec

$$S_R(r_i, t) = s_R(r_i, t) + j\hat{s}_R(r_i, t), \quad (2.16)$$

où S_R est le signal analytique de s_R . Ainsi l'enveloppe au carré du signal réverbéré est donné par le module du signal analytique :

$$\begin{aligned} |H^R(t)|^2 &= \left[\sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i s_R(r_i, t) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i \hat{s}_R(r_i, t) \right]^2 \\ &= \sum_{i=j=1}^{+\infty} \kappa_i^2 \left[s_R^2(r_i, t) + \hat{s}_R^2(r_i, t) \right] + \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{j \neq i}^{+\infty} \kappa_i \kappa_j \left[s_R(r_i, t) s_R(r_j, t) + \hat{s}_R(r_i, t) \hat{s}_R(r_j, t) \right]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Afin d'extraire des informations caractérisant le milieu étudié, nous nous intéressons à l'espérance mathématique $E[|H^R(t)|^2]$ des enveloppes au carré des signaux (moyenne sur les récepteurs). Les termes $S_R(r_i, t)$, κ_i et κ_j de l'équation (2.17) sont supposées des variables aléatoires indépendantes. Ceci implique que $E[\kappa_i \kappa_j] = E[\kappa_i] E[\kappa_j]$ et de plus, κ_i a pour valeur 0 ou 1 donc $\kappa_i^2 = \kappa_i$. Enfin en remplaçant $E[\kappa_i]$ et $E[\kappa_j]$ par leurs expressions (éq. 2.3) l'équation précédente (équation 2.17) se met sous la forme :

$$\begin{aligned} E[|H^R(t)|^2] &= \sum_{i=1}^{+\infty} \lambda(r_i) E \left[s_R^2(r_i, t) + \hat{s}_R^2(r_i, t) \right] \Delta r_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{j \neq i}^{+\infty} \lambda(r_i) \lambda(r_j) E \left[s_R(r_i, t) s_R(r_j, t) + \hat{s}_R(r_i, t) \hat{s}_R(r_j, t) \right] \Delta r_i \Delta r_j. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Pour Δr_i et Δr_j suffisamment petits, les sommes discrètes peuvent être remplacée par des intégrales de fonctions continues, $\sum \Delta r_i$ et $\sum \Delta r_j$ deviennent $\int du$ et $\int dv$ respectivement. La relation précédente devient alors :

$$\begin{aligned} E[|H^R(t)|^2] &= E \int_0^{+\infty} \lambda(r) \left[s_R^2(r, t) + \hat{s}_R^2(r, t) \right] dr \\ &\quad + E \left[\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \lambda(r) \lambda(v) s_R(r, t) s_R(v, t) dr dv + \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \lambda(r) \lambda(v) \hat{s}_R(r, t) \hat{s}_R(v, t) dr dv \right] \\ &= E \int_0^{+\infty} \lambda(r) \left[s_R^2(r, t) + \hat{s}_R^2(r, t) \right] dr \\ &\quad + E \left\{ \left[\int_0^{+\infty} \lambda(r) s_R(r, t) dr \right]^2 + \left[\int_0^{+\infty} \lambda(r) \hat{s}_R(r, t) dr \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ce qui donne, en introduisant le signal analytique $S_R(r, t)$:

$$E[|H^R(t)|^2] = E \left[\int_0^{+\infty} \lambda(r) |S_R(r, t)|^2 dr \right] + E \left[\left| \int_0^{+\infty} \lambda(r) S_R(r, t) dr \right|^2 \right]. \quad (2.20)$$

Pour un temps donné, $S_R(r, t)$ est non nul uniquement pour des valeurs de r à l'intérieur d'un intervalle étroit autour de $r_t = v_{g0} t$ (largeur du paquet d'onde), avec v_{g0} la vitesse de groupe à la fréquence centrale f_0 . Le coefficient d'atténuation (Équation 2.9) sera supposé presque constant $\gamma(\omega) \simeq \gamma_0$ dans la bande passante. Nous posons $S_R(r, t)$ sous la forme :

$$S_R(r, t) = a(r) \alpha_0^{N_R(r)} e^{-\gamma_0 r} S_{Rp}(r, t), \quad (2.21)$$

avec $N_R(r)$ l'ordre de réflexion moyen sur une distance de propagation r et $S_{Rp}(r, t)$ la partie propagative du signal analytique, sa transformée de Fourier devient :

$$\tilde{S}_{Rp}(r_i, \omega) = B(\omega) \tilde{S}_0(\omega) e^{j\varphi_i(\omega)} e^{-jk_d(\omega)r_i}. \quad (2.22)$$

L'équation (2.20) se met sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} E[|H^R(t)|^2] &= E \left[\int_0^{+\infty} \lambda(r) a^2(r) \alpha_0^{2N_R(r)} e^{-2\gamma_0 r} |S_{Rp}(r, t)|^2 dr \right] \\ &\quad + E \left[\left| \int_0^{+\infty} \lambda(r) a(r) \alpha_0^{N_R(r)} e^{-\gamma_0 r} S_{Rp}(r, t) dr \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Nous supposons par la suite que $a(r)e^{-\gamma_0 r}$, $\lambda(r)$ et $\alpha_0^{N_R(r)}$ sont des fonctions lentement variables par rapport à la largeur des paquets d'onde. Nous pouvons donc les considérer comme des constantes au voisinage de r_t , d'où l'équation (2.23) devient :

$$E[|H^R(t)|^2] = \lambda(r_t) a^2(r_t) \alpha_0^{2N_R(r_t)} e^{-2\gamma_0 r_t} E[I_1] + \lambda^2(r_t) a^2(r_t) \alpha_0^{2N_R(r_t)} e^{-2\gamma_0 r_t} E[|I_2|^2], \quad (2.24)$$

avec, $I_1 = \int_0^{+\infty} |S_{Rp}(r, t)|^2 dr$ et $I_2 = \int_0^{+\infty} S_{Rp}(r, t) dr$. Ces deux intégrales peuvent être calculées à l'aide de la transformée de Fourier spatiale du signal analytique $S_{Rp}(r, t)$:

$$\tilde{S}_{Rp}(k, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} S_{Rp}(r, t) e^{jkr} dr. \quad (2.25)$$

Tous calculs faits (le détail est donné dans Annexe A), nous obtenons :

$$I_2 = 0, \quad (2.26)$$

et

$$I_1 = 4 \int_0^{+\infty} v_g(\omega) |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.27)$$

En introduisant les valeurs de I_1 et I_2 dans l'expression de l'espérance mathématique des enveloppes au carré (eq. 2.24), celle-ci donne :

$$E \left[|H^R(t)|^2 \right] \simeq \lambda(r_t) a^2(r_t) \alpha_0^{2N_R(r_t)} e^{-2\gamma_0 r_t} I_1 . \quad (2.28)$$

L'ordre de réflexion moyen sur une distance de propagation r_t est approximé par

$$N_R(r_t) \simeq r_t / r_{lm} , \quad (2.29)$$

où r_{lm} est le libre parcours moyen (la distance moyenne entre deux réflexions successives). $\alpha_0^{2N_R(r_t)}$ se met alors sous la forme suivante :

$$\alpha_0^{2r_t/r_{lm}} = e^{(2r_t/r_{lm}) \ln(\alpha_0)} . \quad (2.30)$$

En introduisant l'équation (2.30) dans (2.28), celle ci donne :

$$E \left[|H^R(t)|^2 \right] \simeq \lambda(r_t) a^2(r_t) I_1 e^{-2(\gamma_0 - \ln(\alpha_0)/r_{lm})r_t} . \quad (2.31)$$

Posons, $\gamma_0' = \gamma_0 - \ln(\alpha_0)/r_{lm}$ qui représente le coefficient d'atténuation global. Enfin, en remplaçant les valeurs $\lambda(r_t)$ et $a(r_t)$ dans l'équation (2.31), nous obtenons l'espérance mathématique $E[.]$ de l'enveloppe au carré des signaux réverbérés, qui est caractérisée par une fonction exponentielle décroissante de la forme suivante :

$$E \left[|H^R(t)|^2 \right] \simeq A e^{-2t/\tau} , \quad (2.32)$$

où $\tau = 1/\gamma_0' v_{g0}$ est une constante liée au temps de réverbération de la plaque et A est une amplitude liée à la fois aux caractéristiques structurelles du milieu et aux propriétés de la source acoustique :

$$A = \beta_d I_1 , \quad (2.33)$$

où β_d est un terme qui dépend de l'aire de la plaque (Équation 2.8), $\beta_d = 2\pi/\mathcal{S}$.

Lorsque l'excitation est à bande limitée, nous pouvons négliger les variations de v_g dans cette bande. Ceci permettra d'une part de simplifier l'expression obtenue et d'autre part

d'utiliser les premiers paquets d'onde pour obtenir une relation supplémentaire indispensable dans la suite (voir section 2.3.4). Dans ce cas, et d'après la propriété de la transformée d'Hilbert $|\tilde{s}_0(\omega)|^2 = \frac{1}{4} |\tilde{S}_0(\omega)|^2$, l'équation (2.27) se met sous la forme :

$$I_1 = v_{g0} D_s, \quad (2.34)$$

avec

$$D_s = \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega, \quad (2.35)$$

qui représente un terme lié à l'énergie acoustique injectée par la source dans le milieu (détaillé dans la section 2.3.1) et l'équation (2.33) devient :

$$A = \beta_d v_{g0} D_s. \quad (2.36)$$

Nous constaterons dans la partie validation que l'erreur commise sur la valeur de A en faisant l'approximation des faibles variations de v_g reste en pratique tout à fait acceptable. On notera que le résultat obtenu alors (Équation 2.36) peut être retrouvé également à partir d'un calcul purement non dispersif (voir l'annexe B). L'hypothèse faite dans ce calcul, revenant à négliger totalement la déformation des paquets d'onde au cours de la propagation, était beaucoup plus osée que l'approximation faite ici seulement à l'étape ultime et après prise en compte de façon rigoureuse du caractère dispersif. Cette faible influence de la dispersion nous permettra de simplifier grandement les développements théoriques présentés aux chapitres 4 et 5.

Nous verrons par la suite comment à partir des équations (2.32) et (2.36), il sera possible d'extraire un certain nombre d'informations quantitatives sur le milieu réverbérant telles que le temps de réverbération, l'aire de la plaque, la vitesse de propagation des ondes, les propriétés de la structure, l'épaisseur, la distance entre la source et le récepteur ou les propriétés de la source acoustique.

Dans la section suivante, nous montrerons une autre méthode plus efficace en terme de convergence vers la fonction théorique à partir de quelques points d'acquisition du milieu étudié. Le principe consiste à appliquer une technique basée sur l'intégration, similaire à la méthode dite de Schroeder [99, 100, 104], qui est souvent utilisée en acoustique des salles [105] (voir Section 1.3.2).

2.2.3 Intégrale de Schroeder

Dans cette partie du chapitre, l'espérance mathématique des intégrales de Schroeder calculées sur les signaux réverbérés de la plaque est étudiée. Comme nous le verrons plus loin,

l'avantage de cette méthode est la convergence rapide des moyennes vers la fonction théorique. La technique est couramment utilisée en acoustique pour calculer le temps de réverbération dans les salles [104].

Comme vu dans la sous-section précédente (Sous-section 2.2.2), le modèle statistique sera utilisé pour exprimer l'expression de l'espérance mathématique des intégrales de Schroeder. L'intégrale de Schroeder est définie par :

$$i_s(t) = \int_t^{+\infty} [h^R(u)]^2 du, \quad (2.37)$$

avec $h^R(u)$ le signal réverbéré enregistré par l'un des récepteurs.

Les calculs sont faits dans les mêmes conditions que le calcul des enveloppes. D'après l'équation 2.2, le carré du signal réverbéré est donné par :

$$\begin{aligned} [h^R(t)]^2 &= \left[\sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i s_R(r_i, t) \right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i^2 s_R^2(r_i, t) + \sum_i \sum_{j \neq i} \kappa_i \kappa_j s_R(r_i, t) s_R(r_j, t). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Comme vu précédemment (Équation 2.26), le deuxième terme qui représente les termes croisés de l'équation (2.38) est négligeable devant le premier terme, lorsque la densité des paquets d'ondes est élevée [11]. Alors l'équation (2.38) devient :

$$[h^R(t)]^2 = \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i^2 s_R^2(r_i, t). \quad (2.39)$$

Or, κ_i est une variable aléatoire de valeur 0 ou 1, ainsi $\kappa_i^2 = \kappa_i$. Nous définissons l'espérance mathématique $I_s(t)$ des intégrales de Schroeder :

$$\begin{aligned} I_s(t) &= E [i_s(t)] \\ &= E \left[\int_t^{+\infty} [h^R(u)]^2 du \right]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

En introduisant l'équation (2.39) dans l'équation précédente, on obtient :

$$I_s(t) \simeq \sum_{i=1}^{+\infty} E [\kappa_i] E \left[\int_t^{+\infty} s_R^2(r_i, u) du \right], \quad (2.41)$$

où, $s_R(r, t)$ est le signal reçu après une propagation sur une distance r :

$$s_R(r, t) = \alpha_0^{N_R(r)} a(r) e^{-\gamma_0 r} s_{Rp}(r, t), \quad (2.42)$$

avec $s_{Rp}(r, t)$ le terme de la propagation du signal, dont la transformée de Fourier est :

$$\tilde{s}_{Rp}(r, \omega) = B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{j\varphi(\omega)} e^{-jk_d(\omega)r}. \quad (2.43)$$

L'égalité de Parseval est appliquée sur l'intégrale de l'équation (2.41), $\int_t^{+\infty} s_R^2(r_i, u) du$, qui dépend de la distance $r_t = v_{g0}t$ dans le milieu étudié :

$$\int_t^{+\infty} s_R^2(r_i, u) du = \begin{cases} 0 & \text{si } r_i \leq r_t \\ \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{s}_R(r_i, \omega)|^2 d\omega & \text{si } r_i > r_t. \end{cases} \quad (2.44)$$

Le module au carré de la transformée de Fourier du signal reçu sur une distance r est donné par l'expression ci-dessous (Équation 2.13) :

$$|\tilde{s}_R(r, \omega)|^2 = a^2(r) e^{-2\gamma_0 r} \alpha_0^{2N_R(r)} |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2. \quad (2.45)$$

L'intégrale de celle-ci est obtenue par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{s}(r, \omega)|^2 d\omega &= 2 a^2(r) e^{-2\gamma_0 r} \alpha_0^{2N_R} \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{2} a^2(r) e^{-2\gamma_0 r} \alpha_0^{2N_R} \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (2.46)$$

À partir de l'égalité de Parseval, nous remplaçons l'équation (2.46) dans (2.41) et nous obtenons :

$$I_s(t) \simeq \sum_{i \text{ t.q. } r_i > r_t}^{+\infty} \frac{1}{2} a^2(r_i) e^{-2\gamma_0 r_i} E[\kappa_i] \alpha_0^{2N_i} \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.47)$$

Ensuite, $E[\kappa_i]$ et $\alpha_0^{2N_i}$ sont remplacées par leurs expressions, respectivement par les équations (2.3) et (2.30) et pour le terme énergétique, $D_s = \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega$. L'équation (2.47) devient alors :

$$I_s(t) \simeq \frac{1}{2} D_s \sum_{r_i > r_t}^{+\infty} a^2(r_i) e^{-2\gamma_0' r_i} \lambda(r_i) \Delta r_i. \quad (2.48)$$

Lorsque Δr_i tend vers zéro ($\Delta r_i \rightarrow 0$) la somme devient une intégrale ($\sum \Delta r_i \rightarrow \int dr$). En remplaçant $\lambda(r)$ et $a(r)$ par leurs expressions, l'équation (2.48) se simplifie en une fonction exponentielle décroissante de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 I_s(t) &\simeq \frac{1}{2} D_s \int_{r_t}^{+\infty} a^2(r) e^{-2\gamma'_0 r} \lambda(r) dr \\
 &\simeq \frac{A \tau}{4} e^{-2t/\tau},
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

où A est défini par l'équation (2.36).

Dans cette section, deux relations théoriques utiles ont été dérivées à partir d'un modèle statistique tenant compte de la dispersion. Il s'agit de l'expression de l'espérance mathématique des enveloppes au carré (Équation 2.32) et de l'espérance des intégrales de Schroeder (Équation 2.49).

Nous verrons dans la suite comment ces expressions théoriques peuvent être utilisées pour l'extraction d'informations quantitatives sur le milieu réverbérant à partir d'un nombre minimal de capteurs.

2.3 Validation et extraction des paramètres

Les résultats théoriques établis dans les paragraphes précédents montrent que la moyenne sur un certain nombre de réalisations de l'enveloppe au carré ou de l'intégrale de Schroeder de $h(t)$ devront approcher les fonctions théoriques exponentielles décroissantes, équations (2.32) et (2.49) respectivement. Afin de valider celà, un ensemble de cas de test numériques et expérimentaux sont présentés dans la suite. Puis, nous montrons comment un simple ajustement de courbes permet d'extraire des informations utiles sur la plaque.

2.3.1 Estimation de D_s à partir du trajet direct

L'amplitude $A = \beta_d v_{g0} D_s$ (Équation 2.36) des fonctions exponentielles théoriques fait intervenir le terme D_s lié à l'énergie injectée par la source dans le milieu, qui est souvent inconnu dans une situation réaliste. Ce dernier est défini dans l'équation (2.35) et rappelé ici :

$$D_s = \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega. \tag{2.50}$$

Ceci peut être estimé par des relations supplémentaires obtenues à partir des premières caractéristiques (traitées d'une manière déterministe) des signaux de réverbérations. Pour cela, étudions l'énergie I_m^D du premier paquet d'onde du signal reçu par le $m^{\text{ème}}$ récepteur,

définie par :

$$I_m^D = \int_0^{T_{0m}+T_{\omega_0}} |h(t)|^2 dt, \quad (2.51)$$

avec $(T_{0m} + T_{\omega_0})$ le temps où le premier paquet d'onde est enregistré par le $m^{\text{ème}}$ récepteur. La figure 2.6-a montre un exemple du signal de réverbération, où le premier paquet d'onde est totalement séparé des multiples réflexions sur les bords. Dans ce cas de figure, l'estimation de I_m^D est possible. Dans le cas contraire où les premières réflexions chevauchent le paquet d'onde du trajet direct (Figure 2.6-b), une erreur s'ajoutera sur l'équation (2.51), qui rend l'estimation de I_m^D erronée (cette erreur est estimée dans le chapitre 3). T_{1m} représente le temps d'arrivée du signal après une première réflexion.

En introduisant l'équation (2.14) et (2.42) dans (2.51) et appliquant Parseval, I_m^D se met sous la forme :

$$I_m^D = \frac{a^2(r_m)}{2} e^{-2\gamma'_0 r_m} D_s, \quad (2.52)$$

avec r_m la distance du trajet direct entre la source et le $m^{\text{ème}}$ récepteur. Le milieu étant supposé réverbérant, l'atténuation devient significative après un grand nombre de réflexions. Nous pouvons donc la négliger sur la distance r_m et en introduisant l'expression de $a(r) = 1/\sqrt{r}$ pour un milieu 2D, nous obtenons :

$$D_s \simeq 2 r_m I_m^D. \quad (2.53)$$

2.3.2 Résultats numériques

Dans cette section, nous utilisons la méthode des éléments finis pour modéliser des plaques minces isotropes soumises aux vibrations en flexion. Nous faisons l'hypothèse que la plaque est placée dans le vide et que la source d'excitation choisie est une force ponctuelle normale transitoire appliquée à la surface de la plaque.

Définition de la structure étudiée

Nous modélisons une plaque d'aluminium (masse volumique $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$, module d'Young $E = 70.10^9 \text{ Pa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0,35$) d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$ et de dimensions $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Dans la gamme de fréquence considérée (10 à 30 kHz) le mode dominant pour ce type d'excitation est A_0 (mode de flexion). Ses courbes de dispersion (vitesse en

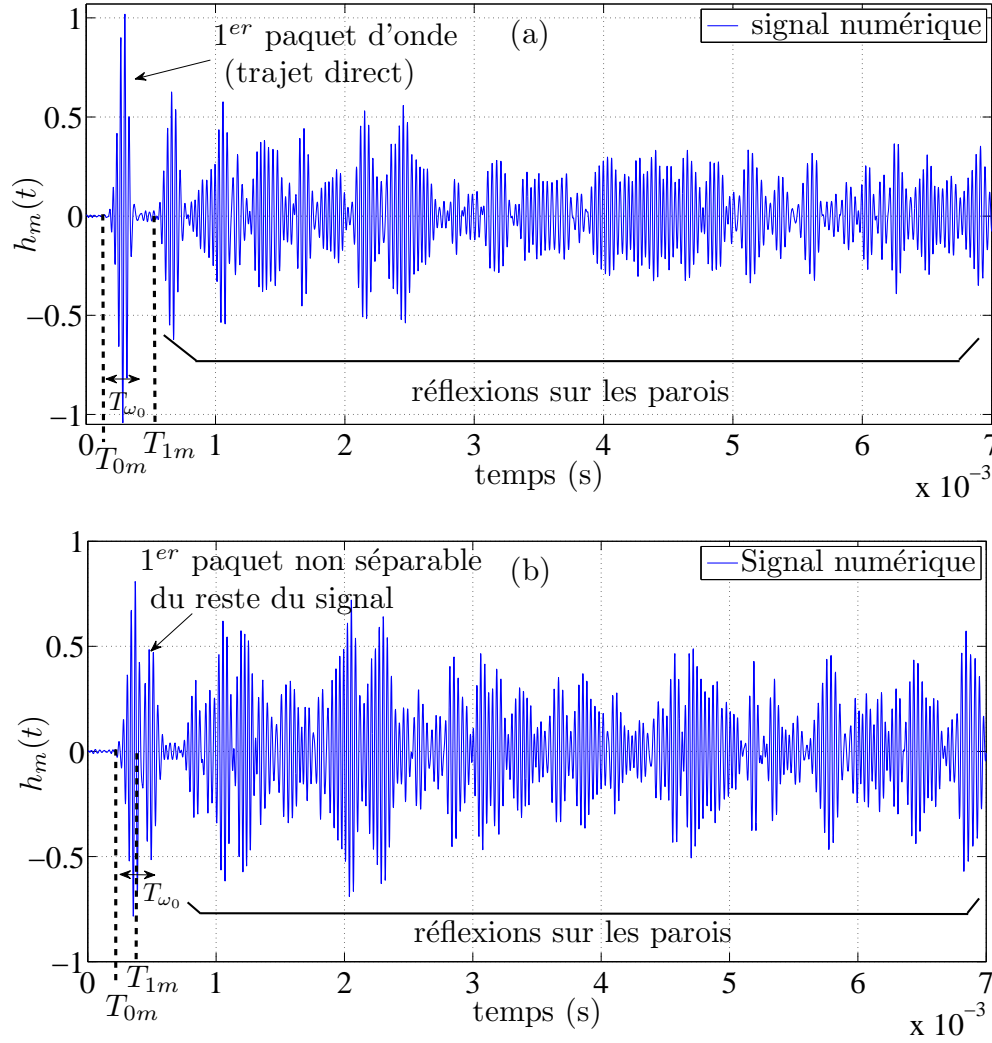


FIGURE 2.6 – Exemples des signaux réverbérés reçus à partir des calculs numériques. (a) Le 1^{er} paquet d'onde est séparé du signal réverbéré. (b) Le 1^{er} paquet d'onde chevauche la partie réverbérée.

fonction de la fréquence), obtenues à partir des équations de dispersion, sont présentées dans la figure 2.7. La plaque est excitée par un cycle de sinusoïde de fréquence $f = 20$ kHz. La vitesse de phase correspondant à celle-ci est $v_p = 750$ m/s (d'après la courbe de dispersion de la figure 2.7) et la longueur d'onde est $\lambda = (v_p/f) = 0,375$ m. Les dimensions des éléments du maillage sont choisies au maximum égales à $\lambda/10$ afin de représenter correctement les phénomènes physiques mis en jeu. Le pas d'échantillonnage temporel est choisi de $\Delta t = 2.10^{-6}$ s, qui correspond à une fréquence d'échantillonnage $f_e = 500$ kHz. Le temps total d'enregistrement est $t_{enr} = 0,04$ s, qui correspond à $N_{ech} = 20000$ points d'échantillonnage. Ce maillage est réalisé à l'aide du logiciel Gmsh [83, 106] suivant les critères définis ci-dessus.

Après avoir choisi la position de la source d'excitation et une distribution arbitraire de

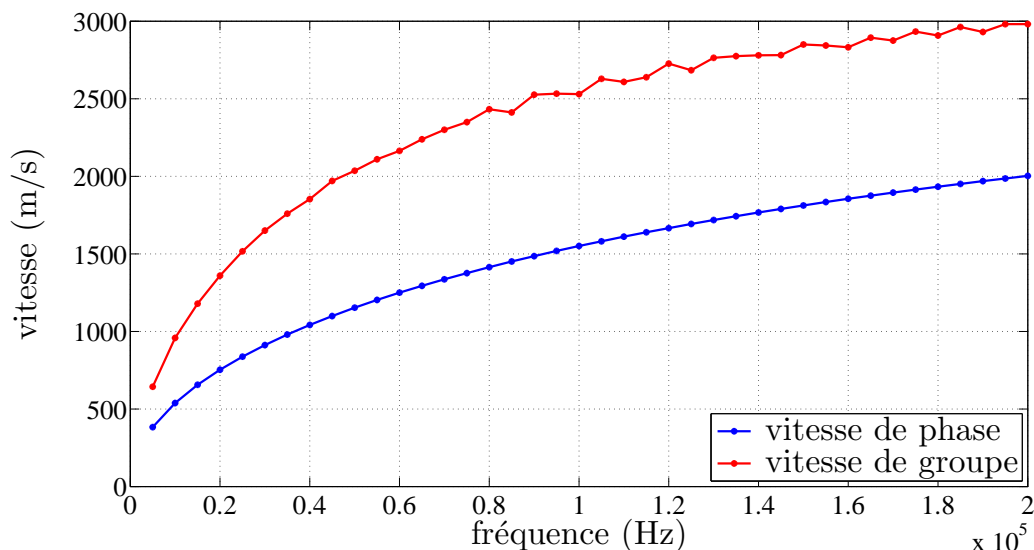


FIGURE 2.7 – Courbes de dispersion théorique d’une plaque d’aluminium d’épaisseur 3 mm, pour le mode fondamental A_0 .

28 points d’enregistrement des déplacements normaux à la surface de la plaque (Figure 2.8), le calcul par élément fini est résolu par le solveur Elmer [84, 107].

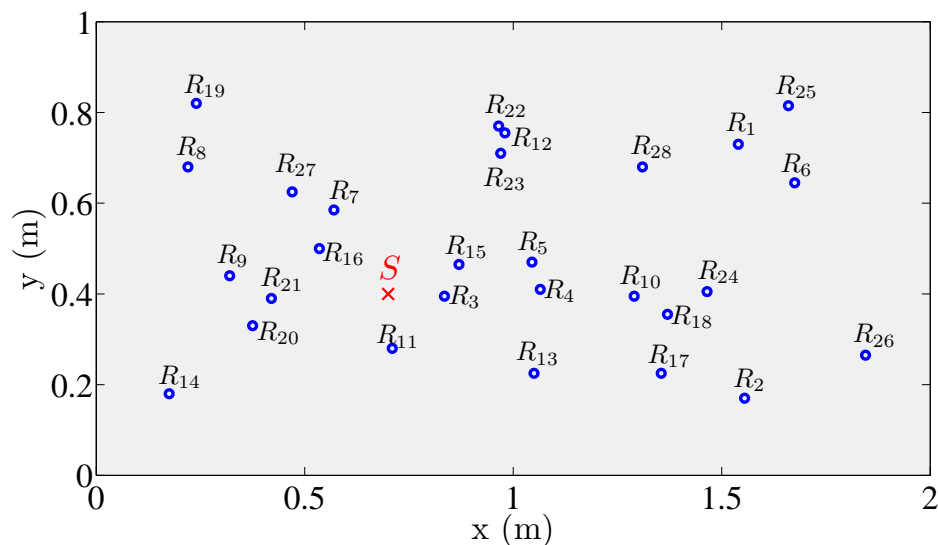


FIGURE 2.8 – Plaque (2 m \times 1 m). \circ représente les récepteurs R , qui sont des points d’enregistrement des déplacements normaux. \times représente le point d’excitation S de la plaque.

Un exemple de visualisation de la propagation des ondes est présenté dans la figure 2.9 pour des temps de propagation courts. Pour des plaques élastiques, ce solveur utilise la théorie de Reissner - Mindlin [107, 108] ou théorie de plaque épaisse. Cette théorie est une extension

de la théorie des plaques de Kirchhoff, qui prend en compte les déformations de cisaillement dans l'épaisseur d'une plaque et permet de monter plus haut en produit fréquence-épaisseur.

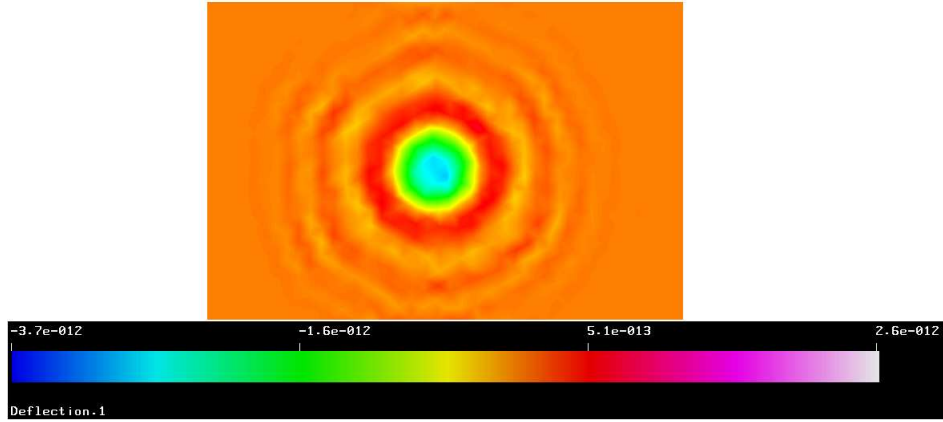


FIGURE 2.9 – Visualisation des déplacements dans une plaque par le solveur Elmer.

Traitement des résultats du calcul numérique

L'amplitude du champ de déplacement enregistrée en chaque point du maillage ne prend pas en compte les atténuations dues au milieu réel et aux réflexions sur les bords. Le signal brut reçu par l'un des récepteurs à la surface de la plaque (Figure 2.8) est présenté par la courbe de la figure 2.10.

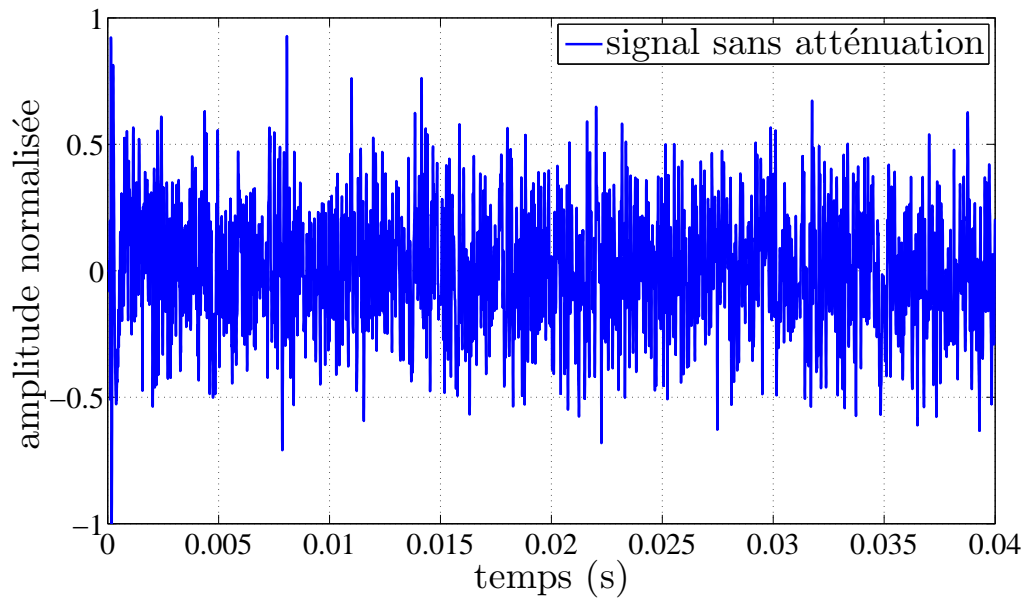


FIGURE 2.10 – Signal brut calculé en l'un des points de réception par la méthode des éléments finis.

Afin d'obtenir des signaux de réverbération réalistes, nous simulons les atténuations dans la plaque, en multipliant par un terme d'exponentielle décroissante $e^{(-t/\tau)}$. Cette multiplication nous permet de contrôler facilement la valeur d'atténuation sans relancer un autre calcul élément fini. τ est un terme lié au temps de réverbération et qui dépend du coefficient d'atténuation γ'_0 , comme détaillé précédemment (Section 2.2). La valeur de τ est choisie à 0,015 s, qui correspond à une valeur réaliste du temps de réverbération dans une plaque d'aluminium.

Pour se ramener à l'hypothèse imposée dans le modèle d'un signal d'excitation à bande étroite, nous convoluons les signaux par 5 cycles de sinusöide pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale f_0 . La fenêtre de Hanning $w(t)$ utilisée dans cette thèse a la forme suivante :

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\omega_0 t/N_c)}{2} & \text{si } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{si } t > 0 \end{cases}, \quad (2.54)$$

où N_c est le nombre des cycles de sinusöide, $T = 2\pi N_c/\omega_0$ est la durée de la fenêtre et de largeur du lobe central $2\Delta f = 2f_0/N_c$. A noter que la pondération peut naturellement être faite aussi avec d'autres types de fenêtres classiques (Rectangulaire, Hamming, Blackman, ...). Un exemple de signal filtré est présenté par la figure 2.11.

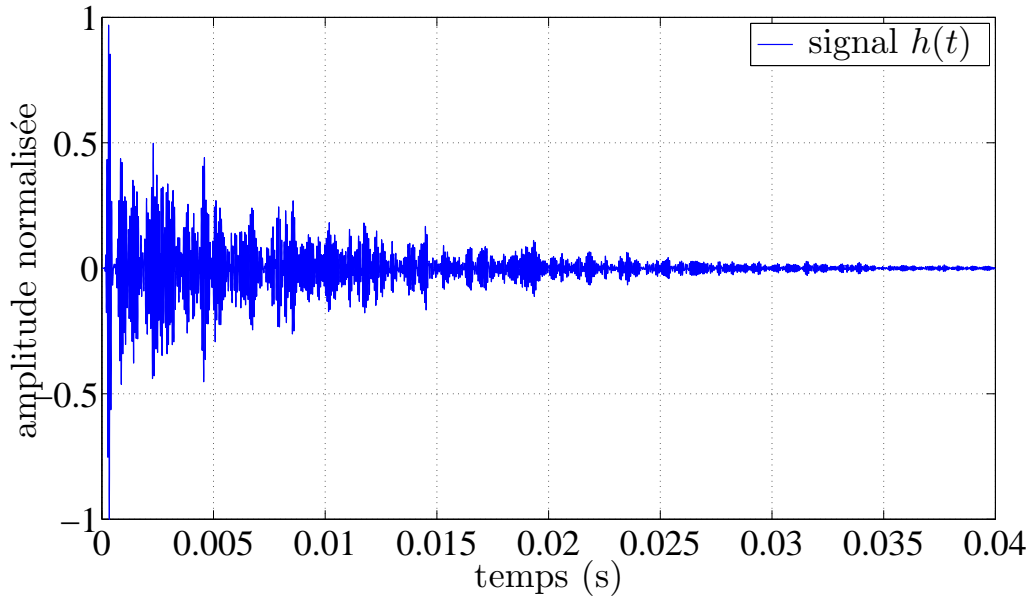


FIGURE 2.11 – Le signal réverbéré numérique filtré à une fréquence $f_0 = 15$ kHz.

Après avoir enregistré les signaux filtrés reçus par chaque point de réception à la surface de la plaque (Figure 2.8), nous calculons les moyennes des enveloppes au carré et des intégrales

de Schroeder.

Premièrement, les résultats numériques de la moyenne des enveloppes au carré des signaux reçus par quelques points à la surface de la plaque sont présentés dans la figure 2.12. Les courbes théoriques (Figure 2.12, en pointillés rouges) sont tracées à partir de l'équation (2.32), où D_s est estimé à partir du premier paquet reçu du trajet direct source-récepteur (voir l'équation 2.53 de la Sous-section 2.3.1).

Nous remarquons que des fluctuations importantes autour de la moyenne théorique sont visualisées pour la moyenne des enveloppes des signaux reçus sur trois récepteurs (Figure 2.12-a). En revanche, nous constatons qu'en augmentant le nombre de récepteurs, les courbes moyennées convergent bien vers la fonction théorique (voir la figure 2.12-(b) et (c) pour 5 et 28 récepteurs respectivement) pour les temps longs (au-delà des premières réflexions).

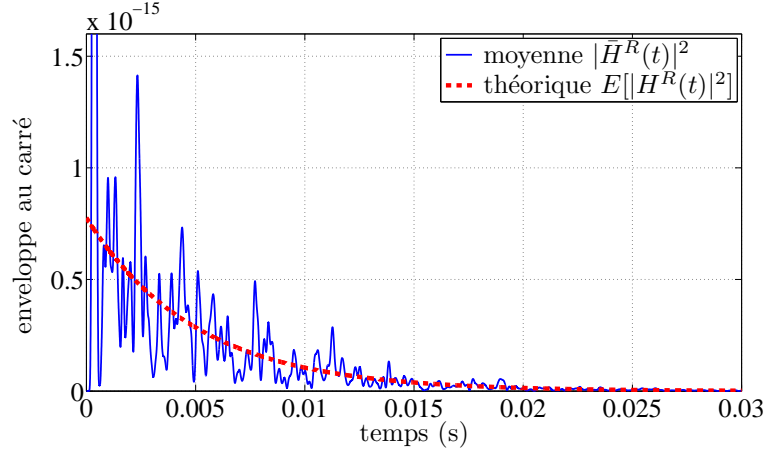
Deuxièmement, un exemple de la moyenne des intégrales de Schroeder des signaux reçus sur trois positions est montré dans la figure 2.13. Nous remarquons que la courbe théorique (en pointillés rouges) est en très bon accord avec la courbe numérique (en bleu).

Contrairement à la moyenne des enveloppes au carré des signaux reçus qui nécessite au minimum 5 récepteurs, l'utilisation de l'intégrale de Schroeder permet de converger vers la courbe théorique en utilisant seulement 3 récepteurs. En revanche, dès lors qu'on a des signaux expérimentaux fortement bruités, l'utilisation de la moyenne des enveloppes au carré des signaux reçus est préconisée. En effet, la moyenne des signaux permet d'éliminer le bruit, alors que l'intégrale de Schroeder augmente le niveau de bruit par sommation.

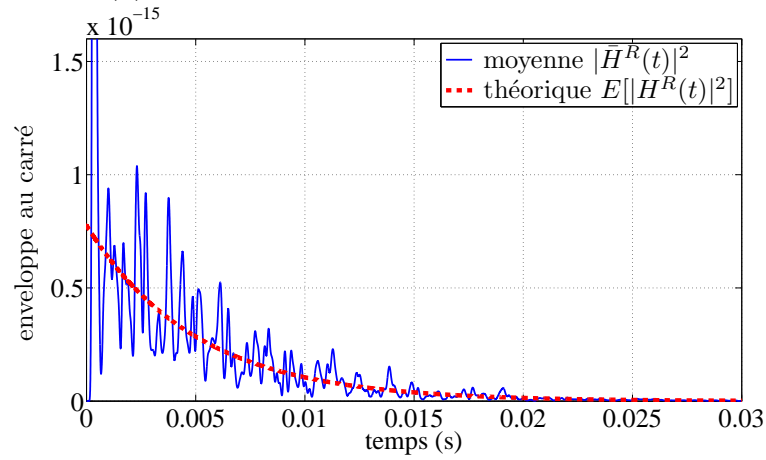
Cette très bonne comparaison entre les résultats numériques et les courbes théoriques permet de valider le modèle statistique de la section 2.2. Dans la sous-section suivante, nous allons comparer les expressions théoriques à des résultats expérimentaux.

2.3.3 Résultats expérimentaux

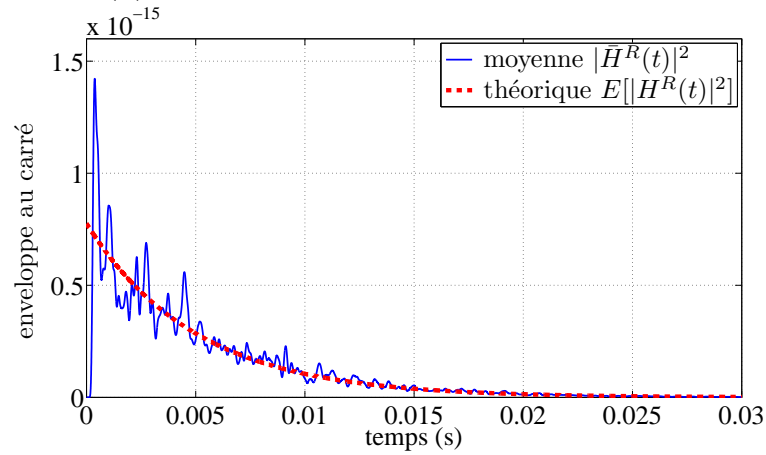
Le dispositif expérimental utilisé (Figure 2.14) est composé d'une plaque d'aluminium rectangulaire de dimensions $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ et d'épaisseur 6 mm. Nous avons collé cinq récepteurs piézoélectriques identiques à des positions aléatoires à la surface de la plaque d'aluminium. Chacun de ces transducteurs a une épaisseur de 0,48 mm et un diamètre de 20 mm (voir la figure 2.15). Ce diamètre a été choisi de façon qu'il soit de l'ordre de grandeur de la demi-longueur d'onde du mode A_0 dans la gamme de fréquence de travail. Les signaux récupérés par les transducteurs R_1 , R_2 , R_3 , R_4 et R_5 sont filtrés par un filtre passe-haut à 15 kHz [109] afin d'éviter les vibrations indésirables à basse fréquence. Ensuite, les signaux sont amplifiés et numérisés avant d'être envoyés vers l'ordinateur pour être traités sous Matlab.



(a) Moyenne sur 3 positions d'acquisitions.



(b) Moyenne sur 5 positions d'acquisitions.



(c) Moyenne sur 28 positions d'acquisitions.

FIGURE 2.12 – Moyenne des enveloppes pour différents nombres de points d'acquisitions. Résultats numériques calculés pour une plaque d'aluminium de $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ et d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$.

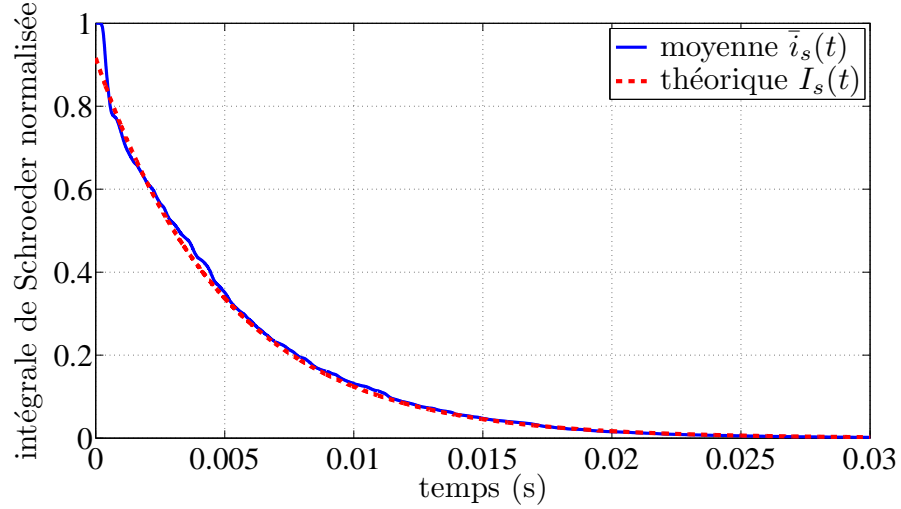


FIGURE 2.13 – Moyenne des intégrales de Schroeder des signaux reçus par trois récepteurs. Résultats numériques calculés pour une plaque d'aluminium de $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ et d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$.

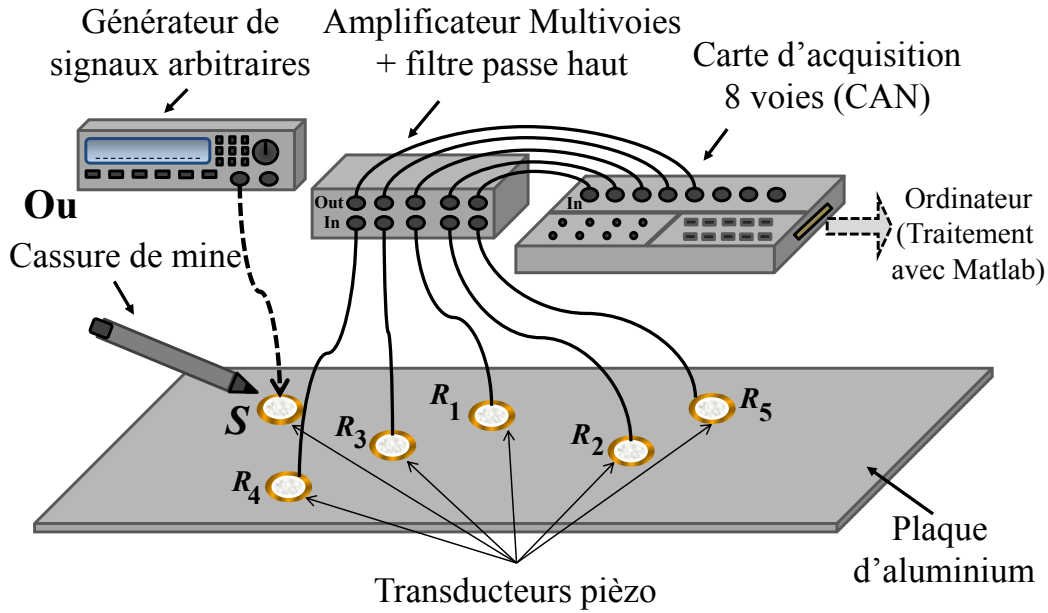


FIGURE 2.14 – Dispositif expérimental.

Nous avons excité la plaque dans un premier temps en utilisant un transducteur piézo-électrique couplé avec un couplant visqueux (ici du miel alimentaire). Ce couplant permet d'améliorer l'adhésion sur la plaque. Ce transducteur est excité par le générateur de signaux arbitraires (Figure 2.14), avec cinq cycles de sinusoïde pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale de 30 kHz. Cette gamme de fréquence particulière a été choisie de manière à privilégier l'émission d'un seul mode (ici le mode A_0).



FIGURE 2.15 – Transducteur piézoélectrique utilisé pour les études expérimentales. $\Phi_d = 20$ mm et $e = 0,48$ mm.

Dans une deuxième série d'expériences, la source d'émission acoustique ponctuelle appliqué manuellement est une cassure de mine, également connue sous le nom "Hsu-Nielsen" [110, 111, 112, 113], à certaines positions sur la surface de la plaque. Contrairement au cas précédent (source d'excitation connue), ici le signal d'excitation est donc totalement inconnu et imparfaitement reproductible. Ce type d'excitation peut être considéré comme reproduisant des impacts, des fissures spontanées (défauts) à la surface de la structure. Ces signaux sont de courte durée, donc à large bande de fréquence (voir la figure 2.16-a). Dans ce cas, la première étape de traitement est le filtrage passe-bande. Afin de se rapprocher des conditions de la source d'excitation présentée précédemment, chacun des signaux reçus a été simplement convolué par cinq cycles de sinusöide pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale de 30 kHz (voir la figure 2.16-b).

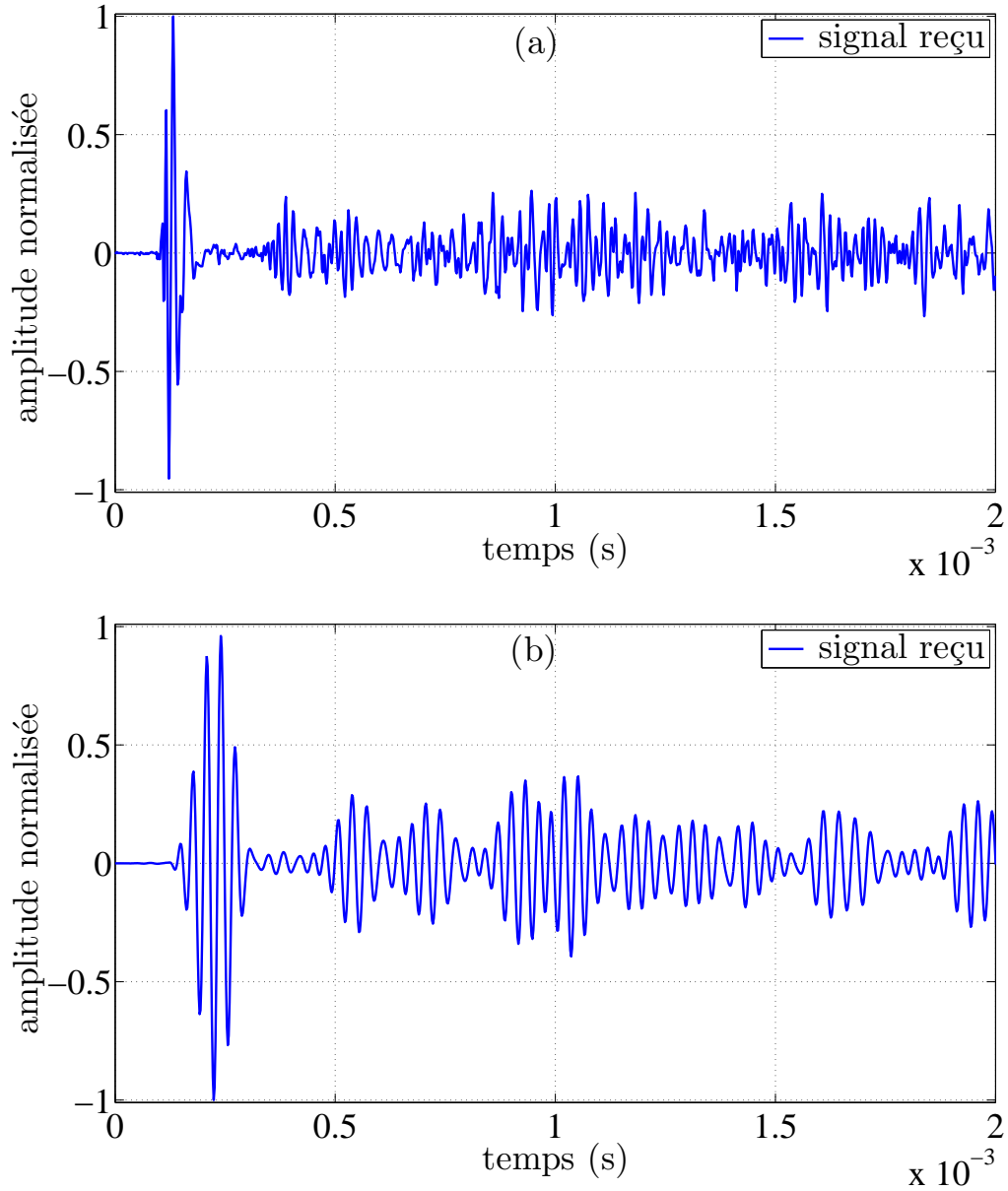


FIGURE 2.16 – Exemple expérimental d'un signal reçu par un récepteur pour une cassure de mine. (a) Signal brut reçu par le récepteur. (b) Signal après un filtrage passe-bande, le signal brut est convolué par cinq cycles de sinusoïdes pondérés par une fenêtre de Hanning à 30 kHz.

Un exemple de la moyenne des enveloppes au carré et la moyenne des intégrales de Schroeder des signaux expérimentaux (courbes en bleu - ligne complète) sont comparés avec les fonctions théoriques correspondantes (en pointillés rouges), illustrés dans les figures (2.17-a) et (2.17-b) respectivement. Les résultats obtenus pour deux types d'excitations ont les mêmes allures, mais des amplitudes d'excitations différentes. Là aussi un très bon accord est observé.

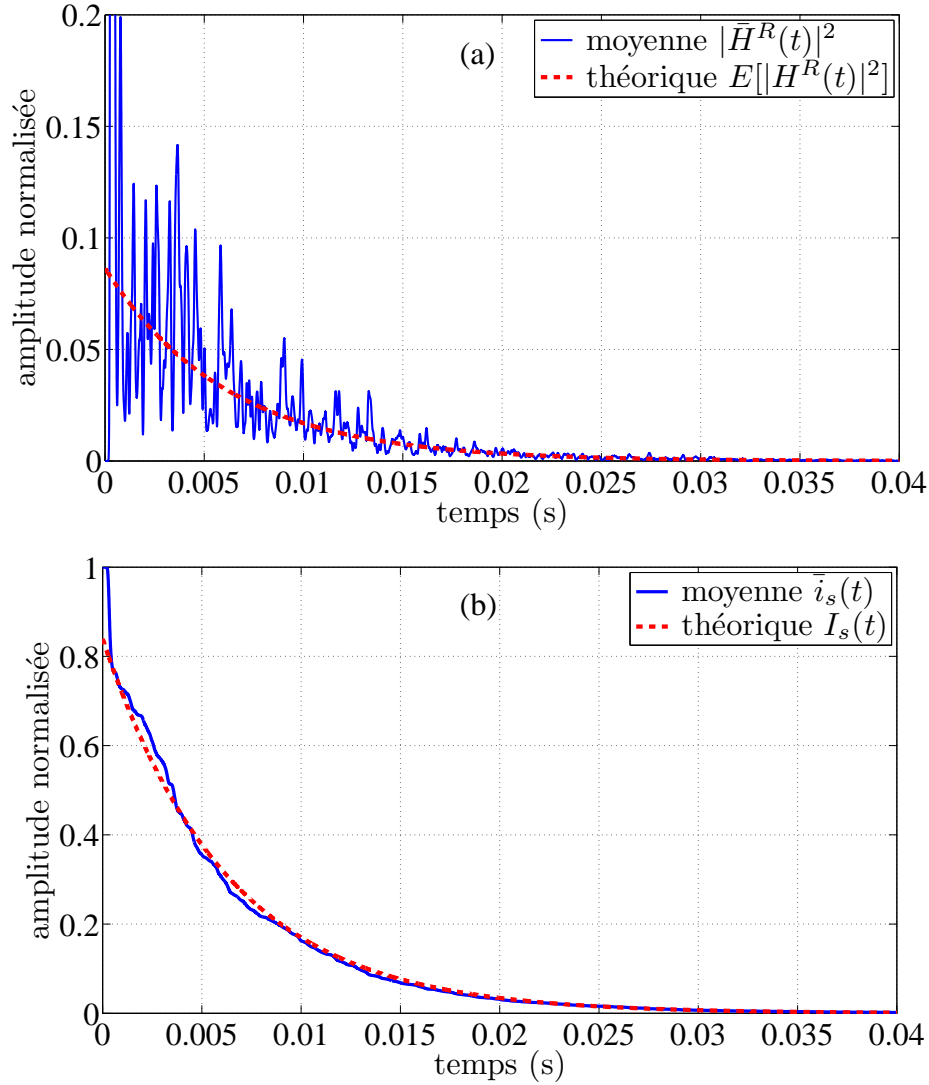


FIGURE 2.17 – Résultats expérimentaux. (a) Moyenne des enveloppes au carrés sur 5 réalisations (5 capteurs). (b) Moyenne des intégrales de Schroeder pour 3 réalisations (3 capteurs).

2.3.4 Extraction des paramètres

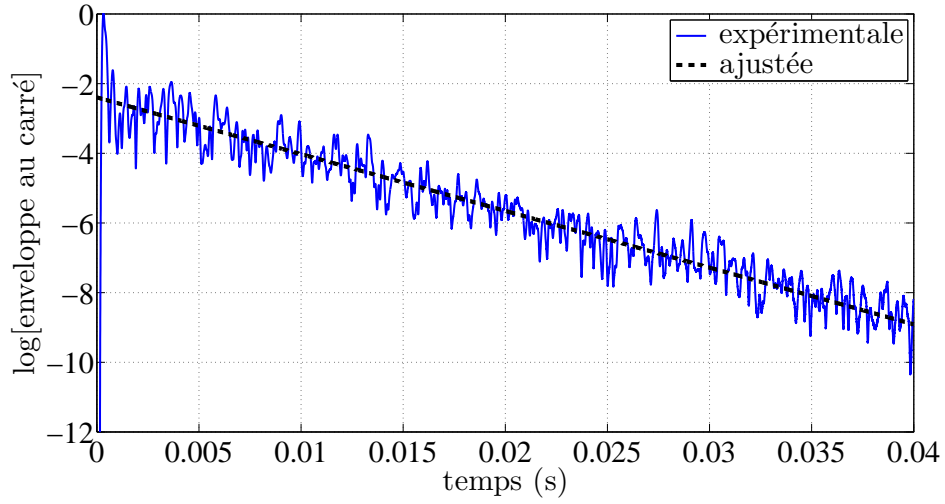
La comparaison des résultats numériques et expérimentaux avec les fonctions théoriques a validé le modèle statistique décrivant le comportement moyen de réverbération des plaques rectangulaires. Comme les expressions théoriques des espérances mathématiques des enveloppes et intégrales de Schroeder correspondent à des fonctions exponentielles (Équations 2.32 et 2.49), il est possible de faire une identification par rapport à des modèles de fonction de la forme :

$$f_{A_{\text{fit}}, \tau_{\text{fit}}}(t) = A_{\text{fit}} e^{-2t/\tau_{\text{fit}}}, \quad (2.55)$$

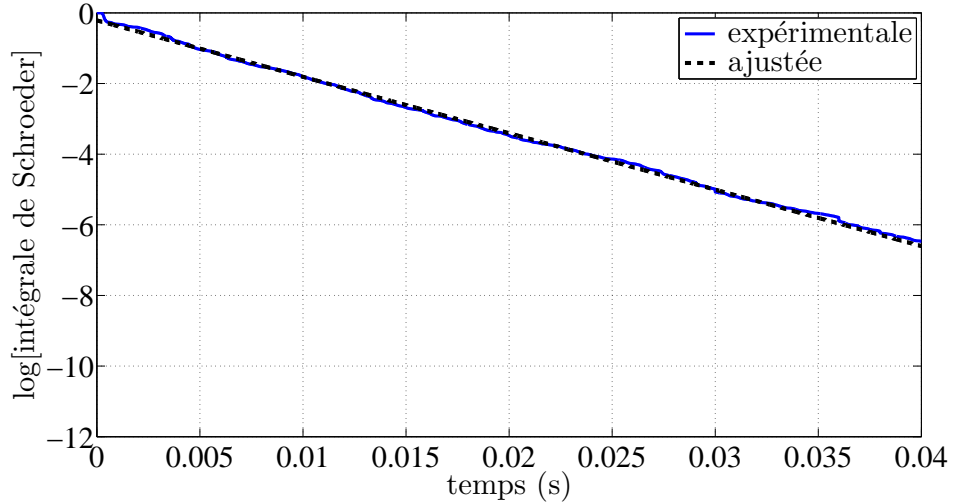
et

$$g_{A_{\text{fit}}, \tau_{\text{fit}}}(t) = \frac{A_{\text{fit}} \tau_{\text{fit}}}{4} e^{-2t/\tau_{\text{fit}}}, \quad (2.56)$$

respectivement. Pour cela nous utilisons un simple ajustement de courbe linéaire (régression linéaire) par la méthode des moindres carrés [114] sur les logarithmes des moyennes (enveloppe ou intégrale de Schoeder). La figure 2.18 illustre l'ajustement de courbe linéaire appliqué d'une part sur le logarithme de la moyenne des enveloppes au carré sur 5 réalisations (Figure 2.18-a) et d'autre part sur le logarithme de la moyenne des intégrales de Schroeder sur 3 réalisations (Figure 2.18-b).



(a) Moyenne sur 5 positions d'acquisitions.



(b) Moyenne sur 3 positions d'acquisitions.

FIGURE 2.18 – Le logarithme de la moyenne des enveloppes au carrés (a) et le logarithme de la moyenne des intégrales de Schroeder (b) des signaux reçus par les récepteurs.

Par la suite, ces valeurs estimées (A_{fit} et τ_{fit}) sont identifiées aux paramètres A et τ des équations (2.36 et 2.32 où 2.49). Nous pouvons alors écrire en particulier :

$$\beta_d v_{g0} D_s \simeq A_{\text{fit}}. \quad (2.57)$$

Ainsi les équations (2.57) et (2.53) constituent la base du principe d'extraction des paramètres utiles d'une plaque réverbérante.

En fonction de la situation expérimentale considérée, la valeur de l'un des trois paramètres physiques v_{g0} , β_d ou r_0 peut être estimée. Les relations correspondantes sont données ci-dessous :

1. Dans le cas où la vitesse de groupe v_{g0} et β_d (terme lié à la géométrie de la plaque $2\pi/\mathcal{S}$) sont connus, alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_s \simeq \frac{A_{\text{fit}}}{v_{g0} \beta_d}, \\ r_0 \simeq \frac{A_{\text{fit}}}{2 v_{g0} \beta_d I_0^D}, \end{array} \right. \quad (2.58)$$

où I_0^D (valeur particulière de I_m^D , équation 2.53) est l'énergie du premier paquet d'onde reçu par un récepteur qui est à une distance de r_0 de la source. Ceci permettra de localiser la source (voir la section 3.2 du chapitre 3).

2. Dans le cas où la vitesse de groupe v_{g0} et la distance source-récepteur r_0 sont connues alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_s \simeq 2 r_0 I_0^D, \\ \beta_d \simeq \frac{A_{\text{fit}}}{2 v_{g0} r_0 I_0^D}, \end{array} \right. \quad (2.59)$$

qui nous permettra d'estimer la surface de la plaque (voir la section 3.3 du chapitre 3).

3. Finalement, si la surface \mathcal{S} et la distance r_0 entre la source et le récepteur sont connues, alors nous pouvons estimer la valeur de la vitesse de groupe v_{g0} des ondes :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_s \simeq 2 r_0 I_0^D, \\ v_{g0} \simeq \frac{A_{\text{fit}}}{2 r_0 \beta_d I_0^D}. \end{array} \right. \quad (2.60)$$

À partir de cette vitesse de groupe, nous pouvons alors déduire les propriétés physiques du matériau telles que ν , E , ρ etc.

2.4 Conclusion

Les études menées dans ce chapitre illustrent la possibilité d'extraire des informations quantitatives à partir d'un nombre minimal de capteurs en exploitant les propriétés statistiques d'un milieu réverbérant. Des expressions analytiques de la moyenne des enveloppes ou intégrales des signaux reçus dans un milieu réverbérant dispersif sont développées. Puis des résultats numériques et expérimentaux ont validé la théorie. Enfin, nous avons montré qu'un ajustement de courbe permettait d'estimer un certain nombre de propriétés du milieu.

Dans le chapitre suivant, deux applications potentielles de ces résultats seront présentées : la localisation de la source acoustique et l'estimation de l'aire d'une plaque sans mesure géométrique.

CHAPITRE 3

Applications des moyennes d'ensemble dans les plaques réverbérantes

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons mettre à profit les résultats obtenus au chapitre précédent sur les moyennes d'ensemble réalisées sur les signaux élastiques réverbérés pour extraire des informations sur le milieu ou la source. En effet, comme nous l'avons vu, en combinant l'extraction des propriétés statistiques des codas de réverbération et les caractéristiques prélevées sur les premiers paquets d'onde, il est possible de remonter aux distances entre source et récepteurs ou à des caractéristiques physiques globales de la plaque. Ce sont ces deux exemples d'application que nous présenterons dans la suite. Le principe et les résultats d'une méthode de localisation de source basée sur l'équation (2.58) seront tout d'abord détaillés. Puis l'équation (2.59) sera mise à profit pour estimer l'aire de la plaque à partir d'un dispositif constitué d'un transducteur central en émission et de plusieurs transducteurs en réception.

3.2 Localisation de source

Nous proposons ici d'appliquer les résultats présentés au chapitre 2 à la localisation d'une source impulsionnelle sur une plaque. Les sources considérées sont des sources acoustiques émettant des impulsions à très courte durée.

Les méthodes classiques de localisation de source acoustique font appel à la différence de temps d'arrivée des paquets d'onde [115]. Pour localiser la source sans ambiguïté, ces méthodes exigent un nombre minimal de cinq capteurs dans le cas des structures volumineuses (tridimensionnelles 3D) et quatre dans le cas des structures bidimensionnelles 2D (plaques

minces), ainsi qu'une synchronisation entre les récepteurs.

En revanche, la méthode présentée ici pour des structures bidimensionnelles, ne nécessite que trois capteurs. En effet, le comportement moyen de réverbération jouera en quelque sorte le rôle de quatrième capteur permettant de lever l'ambiguïté restante lors de l'utilisation des données de trois capteurs. En outre, il est important de noter que ce procédé de localisation ne nécessite pas de synchronisation entre les voies d'acquisition. Ces conditions pourraient en faire un candidat intéressant dans le cas où le matériel d'instrumentation et/ou les ressources disponibles sont limités, comme dans le cas des réseaux de capteurs sans fil [116]. Enfin, même si l'application de la localisation est démontrée dans des plaques dans ce manuscrit, le procédé reste a priori valable pour la localisation des sources dans des salles réverbérantes.

3.2.1 Principe de la méthode de localisation

Estimation de la distance source-récepteur

Un ajustement de courbe appliqué sur la moyenne des enveloppes au carré ou la moyenne des intégrales de Schroeder des signaux enregistrés par quelques capteurs arbitrairement répartis sur la surface de la plaque nous permet d'estimer les valeurs A_{fit} et τ_{fit} des courbes ajustées en forme d'exponentielle décroissante (Équations 2.32 et 2.49).

Nous supposons que la vitesse de groupe v_{g0} des ondes dans le milieu et la surface \mathcal{S} de la plaque sont connues. Après avoir estimé les valeurs A_{fit} , τ_{fit} et I_m^D à partir des signaux mesurés (ou numériquement prévus) et en utilisant les équations de base (Équations 2.36 et 2.51), nous pouvons déduire la distance estimée $r_{m_{\text{est}}}$ entre la source et le $m^{\text{ème}}$ récepteur par l'équation suivante :

$$r_{m_{\text{est}}} \simeq \frac{A_{\text{fit}} \mathcal{S}}{4 \pi v_{g0} I_m^D}. \quad (3.1)$$

Avant de passer au principe de localisation de la source, nous validons tout d'abord à partir de quelques exemples expérimentaux cette estimation de distance. Soit une plaque d'aluminium de 1 m × 2 m et d'épaisseur 6 mm. Le signal est émis par une cassure de mine. Les signaux enregistrés par chacun des récepteurs sont convolués par cinq cycles de sinusoides pondérés par une fenêtre de Hanning centrée à la fréquence f_0 , avant d'être traités. La fréquence de filtrage f_0 varie dans une bande de fréquence [20 – 30] kHz pour laquelle le mode A_0 est dominant. Les estimations de A_{fit} et τ_{fit} sont faites à partir de la moyenne des intégrales de Schroeder sur trois récepteurs.

Les distances source-récepteur $r_{0_{\text{est}}}$ estimées pour différentes valeurs de f_0 sont présentés

dans la figure 3.1. La vraie valeur est $r_0 = 15$ cm. Une bonne estimation de r_0 (cercles rouge-noirs \bullet) est obtenue dans toute la gamme de fréquence choisie. La moyenne sur les valeurs obtenues (Figure 3.1) pour chaque fréquence est $r_{0_{estmoy}} = 14,71$ cm, ce qui est très satisfaisant, compte-tenu du fait que l'excitation est mal calibrée.

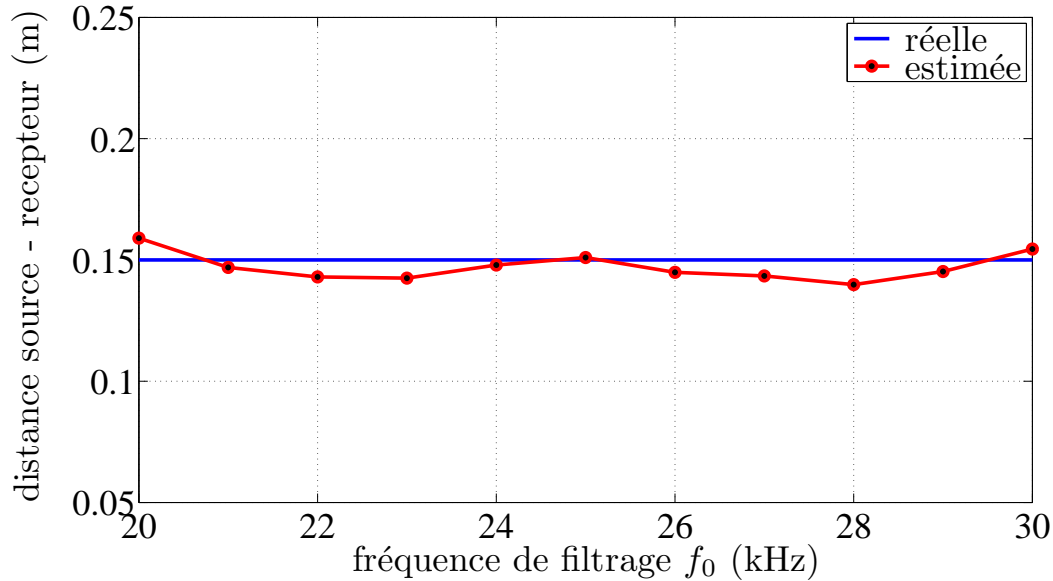


FIGURE 3.1 – Estimation de r_0 après un filtrage du signal reçu pour différentes bandes de fréquences.

Même expérience, mais pour autres récepteurs est présentée dans le tableau ci-dessous (Tableau 3.1).

Récepteur	Valeur réelle (cm)	Valeur estimée (cm)	Erreur relative (%)
N°1	15	14,71	1,94
N°2	20	20,7	3,5
N°3	25	25,29	1,16
N°4	30	30,5	1,67

TABLE 3.1 – Résultats expérimentaux : estimation des distances source-récepteurs et leurs erreurs relatives entre les valeurs réelles et estimées.

Nous constatons un très bon accord entre les valeurs estimées et les vraies distances source-récepteurs. Notons que pour des récepteurs loin de la source d'excitation, l'estimation de la distance source-récepteur est erronée à cause du chevauchement des premières réflexions avec le premier paquet d'onde. Ceci sera détaillé dans la section suivante.

Estimation de la position de la source

Nous considérons un domaine Ω (correspondant à la surface \mathcal{S} de la plaque ou une partie de celle-ci) sur lequel nous allons rechercher la position de la source. Ce domaine est discrétisé en pixels (voir la figure 3.2). Pour le même récepteur, l'écart entre la valeur estimée $r_{m_{est}}$ (Équation 3.1) et la distance entre le récepteur et le pixel (x, y) est :

$$\epsilon_m = r_{m_{est}} - d_m(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (3.2)$$

avec $d_m(x, y) = \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_m - y)^2}$ où (x_m, y_m) sont les coordonnées du $m^{\text{ème}}$ récepteur et la position de chaque récepteur est connue.

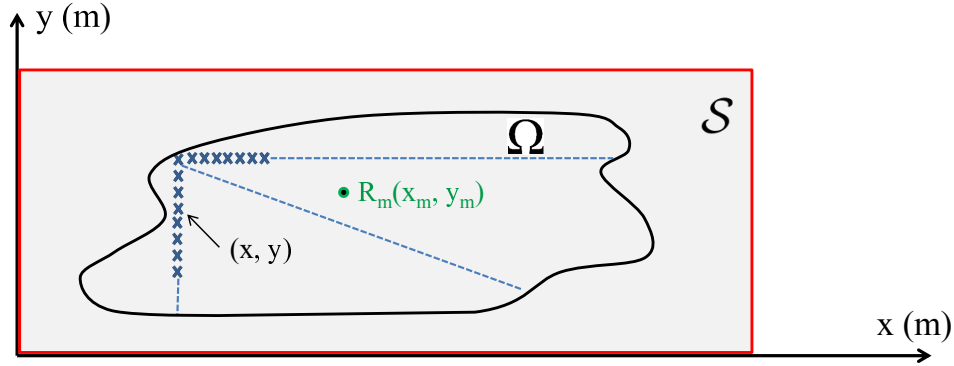


FIGURE 3.2 – La plaque discrétisée en pixels.

Nous utilisons la méthode des moindres carrés pour estimer la position de la source acoustique (x_s, y_s) . Nous nous intéressons ici donc à la minimisation de l'erreur quadratique, définie comme $F(x, y) = \sum \epsilon_m^2(x, y)$. Cette fonction d'erreur peut se mettre sous la forme suivante :

$$F(x, y) = \sum_{m=1}^M \left[\frac{A_{\text{fit}} \mathcal{S}}{4 \pi v_{g0} I_m^D} - d_m(x, y) \right]^2, \quad (3.3)$$

où M est le nombre de capteurs sur la surface de la plaque.

La position réelle de la source correspond théoriquement à une valeur nulle de la fonction $F(x, y)$. Nous estimons donc cette position en minimisant la fonction suivante :

$$(x_s, y_s) = \arg \min_{(x, y) \in \Omega} \{F(x, y)\}. \quad (3.4)$$

Pour un récepteur unique $M = 1$, le lieu géométrique de la source est un cercle de centre

$R_m(x_m, y_m)$ et de rayon r_m qui correspond à la valeur de la distance entre la source et le récepteur (voir la figure 3.3).

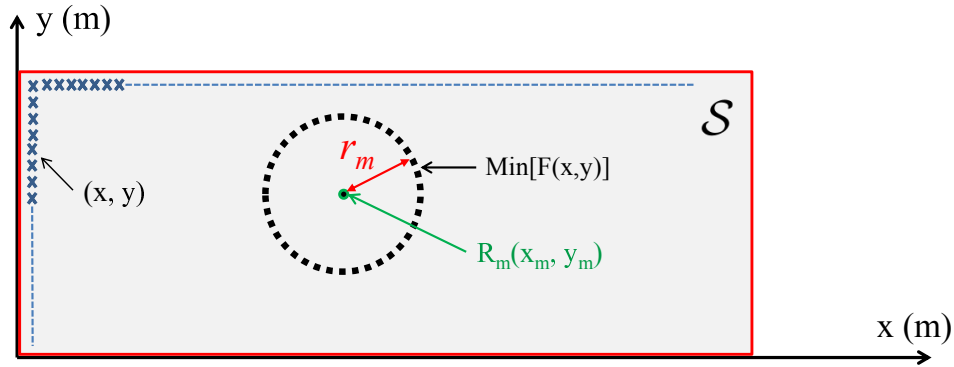


FIGURE 3.3 – Lieu géométrique de la source pour un récepteur donné.

Chaque récepteur R_m va créer son propre cercle de rayon r_m , qui correspond aux valeurs minimales de la fonction d'erreur quadratique.

Donc pour localiser une source acoustique par cette méthode passive, trois capteurs au minimum sont suffisants (Figure 3.4). Dans le paragraphe suivant, nous étudions les conditions d'application de cette méthode.

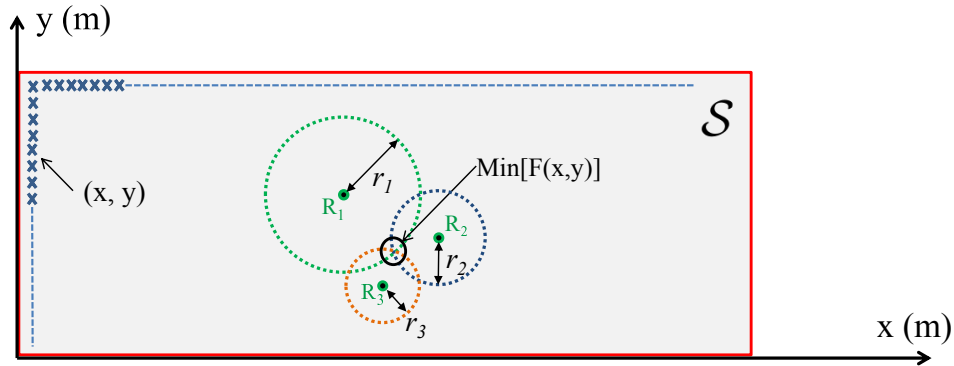


FIGURE 3.4 – Le principe de la localisation d'une source acoustique.

3.2.2 Condition d'application

Comme indiqué dans la section 2.3, la méthode de localisation est limitée par le fait que le premier paquet d'onde du signal reçu au niveau de chaque capteur doit être séparé du reste du signal (Figure 2.6-a). Si cette condition n'est pas assurée (Figure 2.6-b), les valeurs de I_m^D obtenues seront erronées, donnant une fausse estimation de r_m . Ainsi la condition d'application de la méthode peut être présentée par l'inégalité suivante :

$$\Delta T_m(x, y) = T_{1_m}(x, y) - [T_{0_m}(x, y) + T_{\omega_0}] \geq 0, \quad (3.5)$$

où T_{0_m} est le temps d'arrivée du premier paquet d'onde, qui correspond au trajet direct à partir d'une position de source de coordonnées (x, y) donnée au $m^{\text{ème}}$ récepteur. T_{1_m} est le temps d'arrivée du 2^{ème} paquet d'onde issu de la source-image la plus proche du récepteur et T_{ω_0} est la durée du premier paquet d'onde (voir la figure 2.6-a).

Connaissant les positions des récepteurs placés à la surface de la plaque, l'inégalité de l'équation (3.5) nous permet d'étudier la zone des positions de sources acceptables, où la localisation est possible théoriquement sans erreur. Trois exemples de zones de localisation de source sont présentés par la suite (Figures 3.5, 3.6 et 3.7), pour une plaque d'aluminium rectangulaire de dimensions 2 m \times 1 m, d'épaisseur 6 mm et pour une fréquence centrale d'excitation de 30 kHz, qui correspond à une vitesse de groupe v_{g0} de 2130 m/s pour le mode A_0 .

Chaque figure est une représentation de la surface de la plaque. La zone blanche correspond aux positions (x, y) sur la plaque où $\Delta T_m(x, y) > 0$ et la localisation de la source est possible sans erreur. Les lignes noires correspondent à $\Delta T_m(x, y) = 0$ où la processus de localisation est encore possible (c'est la limite). Au delà de ces lignes $\Delta T_m(x, y) < 0$, et l'estimation de la distance entre la source et le récepteur sera donc erronée. Dans cette zone, l'erreur sur I_m^D causée par le chevauchement des premiers paquets d'ondes se traduit par une erreur sur les distances correspondant à l'égalité des erreurs relatives (ceci est évident à partir de l'équation 3.1, en supposant l'estimation de A_{fit} sans erreur et les valeurs de \mathcal{S} et v_{g0} parfaitement connues) :

$$\frac{\Delta r_m}{r_m} = \frac{\Delta I_m^D}{I_m^D}. \quad (3.6)$$

Les détails sur ces trois exemples de zones de localisation sont donnés ci-dessous :

1. Un capteur R_1 est placé au milieu de la plaque (Figure 3.5). Ici, les distances source-récepteur estimables sans erreur correspondent à une zone relativement grande (en blanc) autour de la position du récepteur. Dans le cas où la source est proche des bords de la plaque, alors le premier paquet d'onde reçu à partir du trajet direct source-récepteur est inséparable des paquets d'ondes des premières réflexions, ce qui entraîne une erreur d'estimation (la zone à l'extérieur du contour noir).
2. Pour un récepteur choisi près des côtés de la plaque (Figure 3.6), les paquets d'ondes sont proches de ces bords, alors la zone d'estimation est limitée (voir la figure 3.6). Cela correspond évidemment à un mauvais choix de placement du capteur.

3. Dans la figure 3.7, un cas avec plusieurs capteurs est représenté. Ici, la forme de la zone de localisation obtenue est plus complexe, mais le principe est le même : la localisation d'une émission acoustique est correcte si la source est à la fois proche des récepteurs et loin des frontières. Ainsi, la répartition des capteurs doit être choisie à proximité du centre de la plaque, afin de maximiser la zone de localisation (Figure 3.7).

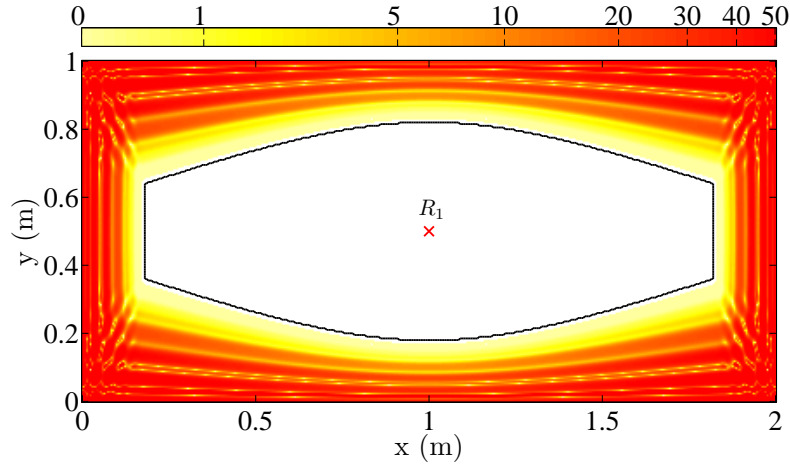


FIGURE 3.5 – La zone d'estimation des distances source-récepteur pour une position du récepteur R_1 (1 m ; 0,5 m) - au centre de la plaque. La zone blanche indique les positions des sources détectables sans aucune erreur, tandis que l'extérieur de la ligne noire correspond aux positions où la localisation de source est erronée. L'échelle de couleur logarithmique représente l'erreur sur les distances (en cm) provenant de chevauchement des premiers paquets d'ondes.

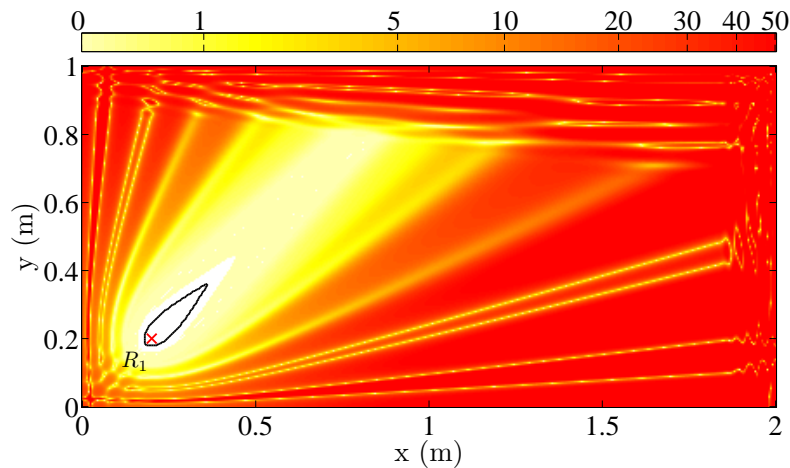


FIGURE 3.6 – La zone d'estimation des distances source-récepteur pour une position du récepteur R_1 (0,2 m ; 0,2 m) - proche des bords de la plaque. La zone blanche indique les positions des sources détectables sans aucune erreur, tandis que l'extérieur de la ligne noire correspond aux positions où la localisation de source est erronée. L'échelle de couleur logarithmique représente l'erreur sur les distances (en cm) provenant du chevauchement des premiers paquets d'ondes.

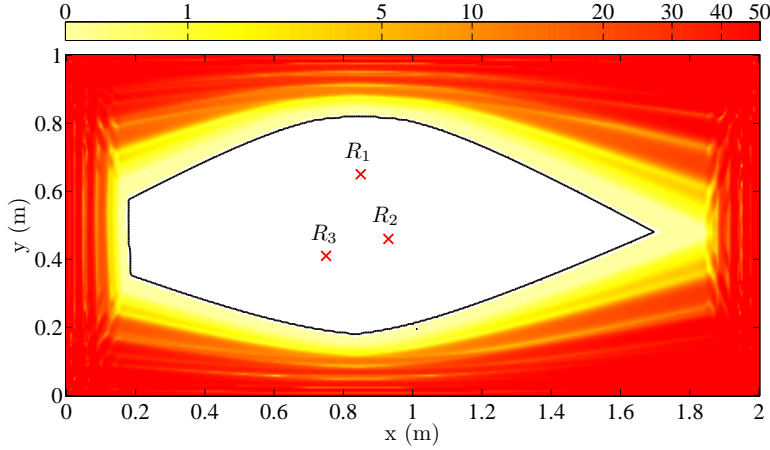


FIGURE 3.7 – La zone de localisation de la source pour trois positions de récepteurs à la surface de la plaque R_1 (0,85 m ; 0,65 m), R_2 (0,93 m ; 0,46 m) et R_3 (0,75 m ; 0,41 m). La zone blanche indique les positions des sources détectables sans aucune erreur, tandis que l'extérieur de la ligne noire correspond aux positions où la localisation de source est erronée. L'échelle de couleur logarithmique représente l'erreur sur les distances (en cm) provenant du chevauchement des premiers paquets d'ondes.

Dans cette section, nous avons étudié les conditions d'application de la méthode de localisation et déduit les emplacements favorables des récepteurs pour lesquels la zone de localisation de la source acoustique est maximale. Dans ce qui suit, nous allons montrer quelques exemples numériques et expérimentaux de localisation d'une source acoustique.

3.2.3 Résultats numériques et expérimentaux

Dans ce paragraphe, des tests numériques et expérimentaux d'application de la méthode de localisation sont présentés. Comme expliqué dans la section (2.3) et la sous-section (3.2.1), premièrement, A_{fit} est estimé au moyen d'un ajustement de la courbe appliqué sur la moyenne des intégrales de Schroeder ou la moyenne des enveloppes au carré. Puis, les valeurs de I_m^D sont calculées à partir des premiers paquets d'onde reçus par chacun des récepteurs afin de pouvoir estimer la distance r_m entre la source et le $m^{\text{ème}}$ récepteur. Ensuite, ces distances estimées $r_{m_{\text{est}}}$ sont intégrées dans la fonction d'erreur quadratique $F(x, y)$ (Équation 3.3). Finalement, le problème inverse de cette fonction (Équation 3.3) est résolu par une discrétisation de la surface de la plaque Ω , qui sera suivie d'une représentation graphique d'une fonction de l'intensité des pixels $P(x, y)$, définie comme :

$$P(x, y) = \frac{1}{F(x, y)}. \quad (3.7)$$

La valeur maximale de $P(x, y)$ correspondra à la position estimée de la source. Des résultats numériques et expérimentaux sont présentés (Figures 3.8, 3.9, 3.10 et 3.11). Les vraies positions des sources sont indiquées par des petits cercles noirs et les récepteurs par des croies rouges (R_1 , R_2 et R_3).

Exemples numériques

Les figures 3.8 et 3.9 présentent des exemples numériques d'estimation des positions de sources acoustiques sur des plaques d'aluminium d'épaisseur 3 mm et de dimensions $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ et $3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ respectivement, modélisées par la méthode des éléments finis (plus de détail à la section 2.3).

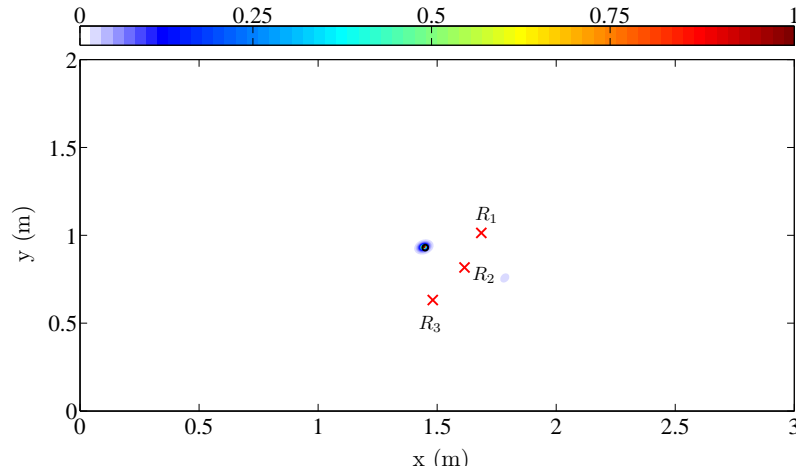


FIGURE 3.8 – Exemples numériques d'une plaque de dimensions $3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ et d'épaisseur 3 mm : estimation de la position de source pour des positions de récepteurs données R_1 (1,68 m ; 1,02 m), R_2 (1,62 m ; 0,82 m) et R_3 (1,50 m ; 0,63 m). Le cercle noir représente la position de la source réelle.

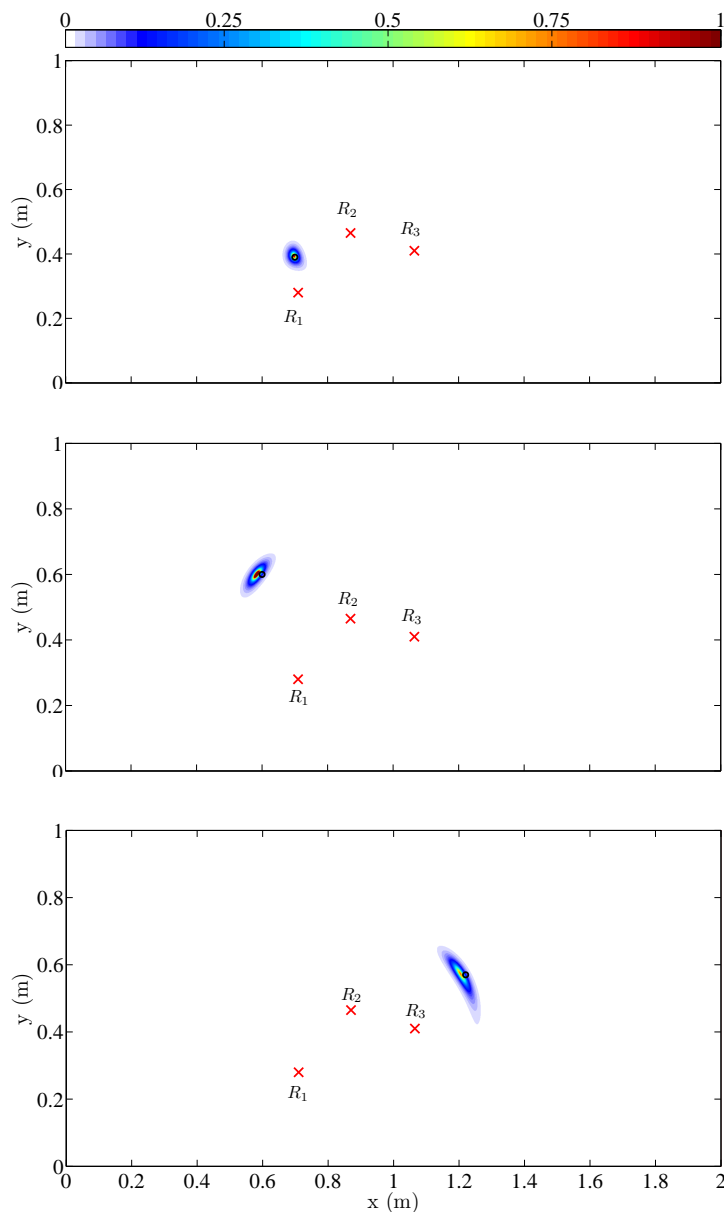


FIGURE 3.9 – Trois exemples numériques pour une plaque de dimensions $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ et d'épaisseur 3 mm . Estimation de différentes positions des sources acoustiques pour des positions de récepteurs données $R_1(0,71\text{ m}; 0,28\text{ m})$, $R_2(0,8\text{ m}; 0,46\text{ m})$ et $R_3(1,065\text{ m}; 0,41\text{ m})$. Le cercle noir représente la position de la source réelle.

Exemples expérimentaux

Des résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 3.10 pour différentes positions de sources acoustiques. Ici, l'excitation acoustique est un signal connu de cinq sinusoïdes pondéré par une fenêtre de Hanning de fréquence $f_0 = 30\text{ kHz}$. Nous pouvons constater

dans chaque cas, un bon accord entre les positions des sources réelles et celles estimées. Dans une deuxième série d'expériences, une source d'excitation non calibrée, une cassure de

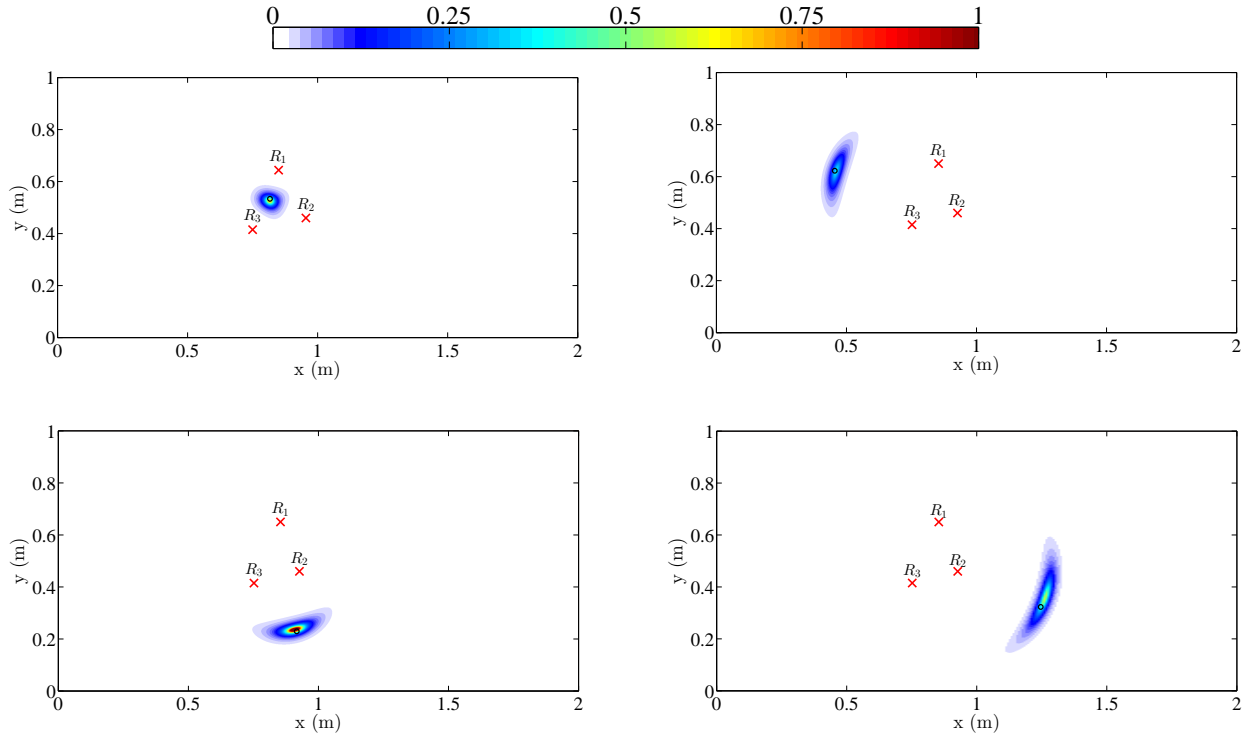


FIGURE 3.10 – Quatre exemples expérimentaux : localisation de la source (plaque $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ et $e = 6\text{ mm}$), cas de source d'excitation connue. Le cercle noir représente la position de la source réelle. Les positions des récepteurs donnés, R_1 ($0,85\text{ m}$; $0,65\text{ m}$), R_2 ($0,93\text{ m}$; $0,46\text{ m}$) et R_3 ($0,75\text{ m}$; $0,41\text{ m}$).

mine (également connue sous le nom "source Hsu-Nielsen"), a été appliquée manuellement à certaines positions sur la surface de la plaque. Le traitement de ces signaux est détaillé dans la sous-section 2.3.3. Les résultats sont présentés sur la figure 3.11. Encore une fois, les positions de sources ont été estimées de manière satisfaisante. Par contre, il faut noter que la zone de localisation a été réduite en comparaison avec le cas précédent (où l'excitation est connue), car ici la durée T_{ω_0} du premier paquet d'ondes n'était pas contrôlée et pourrait éventuellement être légèrement plus grande que celle d'une source contrôlée (Figure 2.16-b).

Nous remarquons sur les figures 3.8, 3.9, 3.10 et 3.11 que la taille et la forme de la tâche de localisation dépendent clairement de la position de la source par rapport à la distribution des récepteurs. Ce point sera discuté dans la section suivante.

Finalement, il faut noter que la précision de la localisation peut être améliorée en utilisant des récepteurs supplémentaires (voir la figure 3.12). Mais ce qui est remarquable et intéressant ici, est que trois capteurs seulement sont suffisants, contrairement aux autres méthodes connues dans la littérature, qui utilisent au moins quatre capteurs. En outre, cette technique

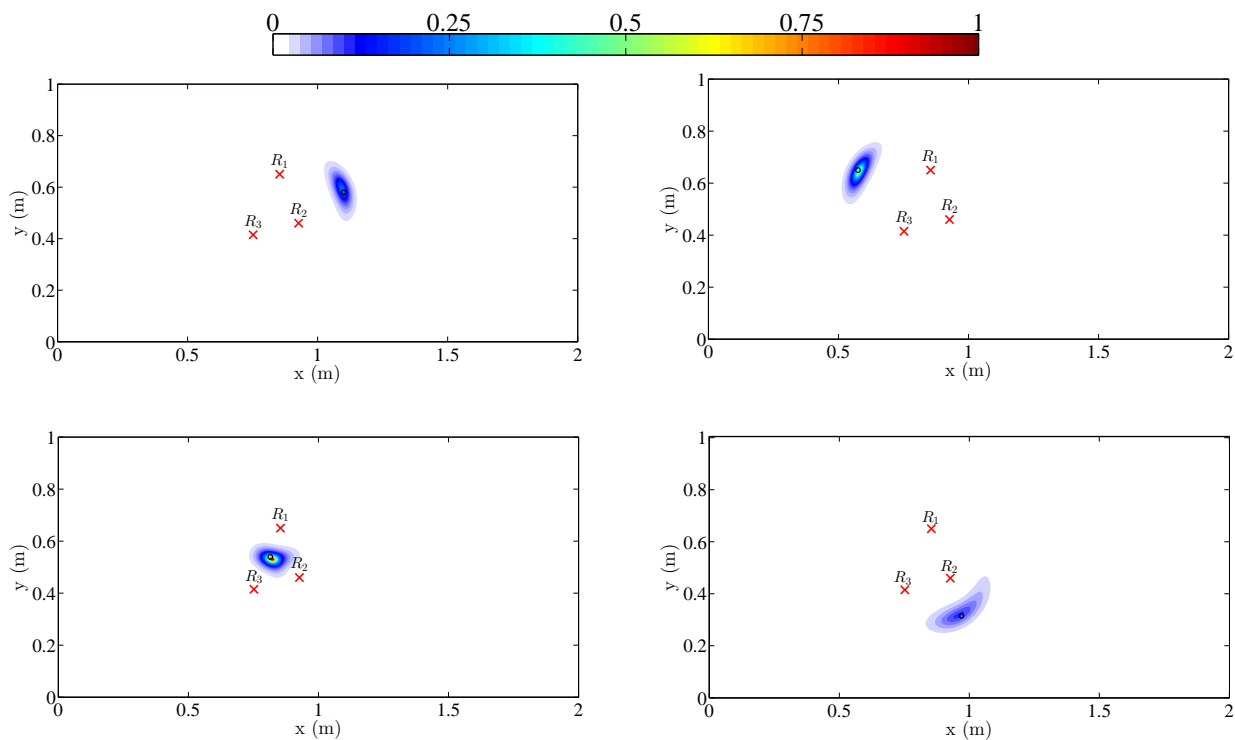


FIGURE 3.11 – Quatre exemples expérimentaux : localisation de la source (plaque $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ et $e = 6\text{ mm}$), cas de source d’excitation inconnue. Le cercle noir représente la position de la source réelle. Les positions des récepteurs donnés, R_1 (0,85 m ; 0,65 m), R_2 (0,93 m ; 0,46 m) et R_3 (0,75 m ; 0,41 m).

de localisation ne nécessite pas de mesure de temps d’arrivée des paquets d’ondes, ou même de déclenchement de synchronisation entre les voies d’acquisition des signaux, ce qui implique que les besoins matériels sont réduits.

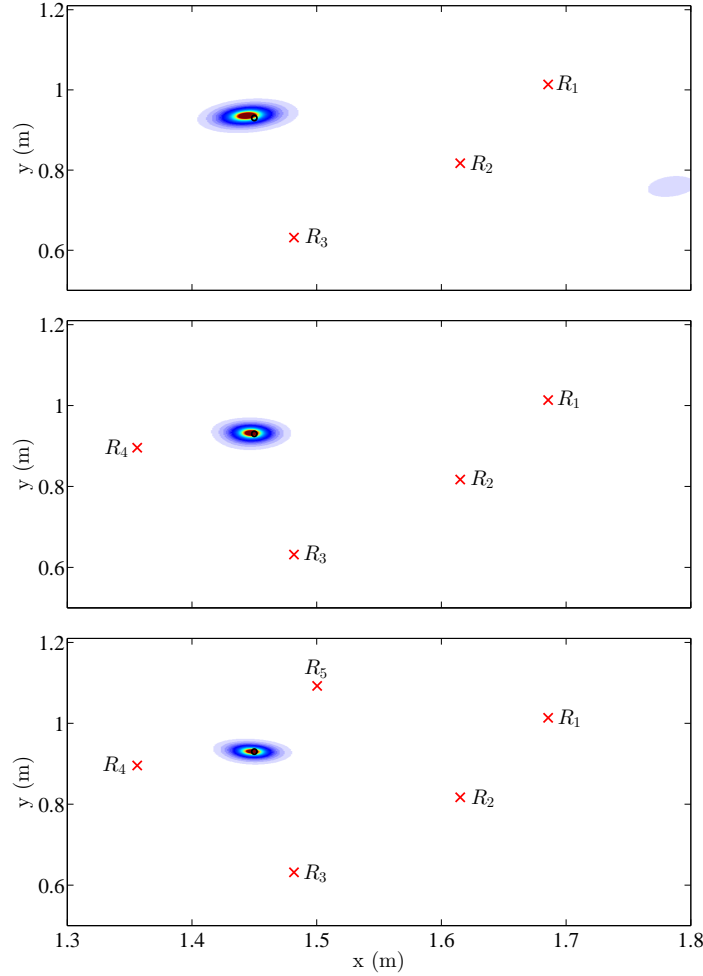


FIGURE 3.12 – Les tâches de localisation en fonction du nombre de récepteurs.

3.2.4 Largeur de la tâche de localisation

Nous considérons ici un ensemble de trois récepteurs R_m de coordonnées polaires (a, θ_m) . L'origine O est prise comme étant le centre du cercle circonscrit aux trois récepteurs, comme illustré par la figure 3.13. (ρ_s, θ_s) sont les coordonnées polaires de la position de source.

Nous supposons que l'estimation de distance $r_{m_{est}}$ entre la source S et chaque récepteur R_m n'est pas erronée, c'est le cas si les premières réflexions ne chevauchent pas le premier paquet d'onde dû au trajet direct source-récepteur (Section 3.2.2). Ainsi la fonction d'erreur quadratique $F(x, y) = \sum_{m=1}^M (r_m - d_m)^2$ de l'équation (3.3) peut s'exprimer en coordonnées polaires de la façon suivante :

$$F(\rho, \theta) = \sum_{m=1}^{M=3} \left[\sqrt{\rho_s^2 + a^2 - 2 \rho_s a \cos(\theta_s - \theta_m)} - \sqrt{\rho^2 + a^2 - 2 \rho a \cos(\theta - \theta_m)} \right]^2, \quad (3.8)$$

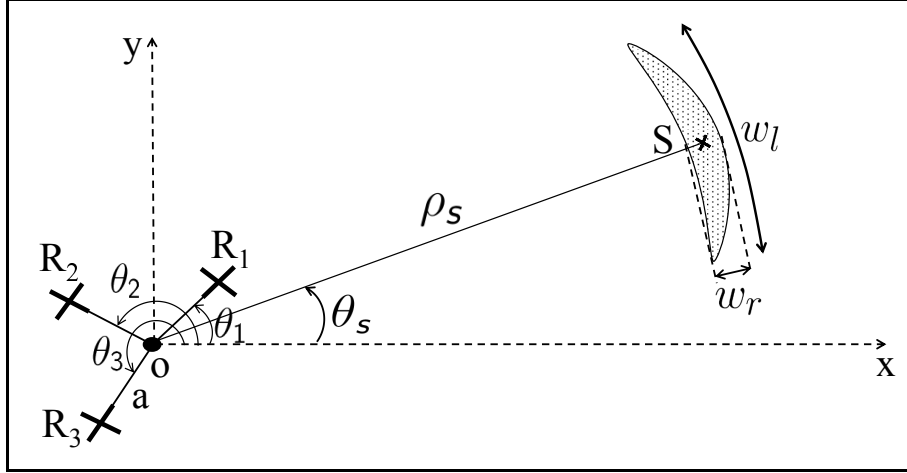


FIGURE 3.13 – Taille d’une tâche de localisation donnée.

pour $\rho_s \gg a$, une approximation d’ordre 2 sera appliquée sur la fonction de l’équation (3.8) :

$$F(\rho, \theta) = \sum_{m=1}^3 \left[\rho - \rho_s + \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_s} \right) - a \cos(\theta - \theta_m) + a \cos(\theta_s - \theta_m) \right]^2. \quad (3.9)$$

Afin de montrer à la fois des résultats simples et pertinents, nous considérons un cas particulier où $\theta_m = 2\pi(m-1)/3$. Dans ce cas de figure, l’équation précédente (Équation 3.9) se simplifie :

$$F(\rho, \theta) = 3 \left[\rho - \rho_s + \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_s} \right) \right]^2 + 3a^2 [1 - \cos(\theta - \theta_s)], \quad (3.10)$$

$F(\rho, \theta)$ tend vers zéro lorsque (ρ, θ) tend vers les coordonnées polaires de l’emplacement de source S (ρ_s, θ_s) .

Sur les images de localisation de la source présentées dans la section précédente, le contour apparent des tâches correspond a une valeur donnée sur l’échelle de couleur représentant la fonction $P(\rho, \theta) = 1/F(\rho, \theta)$. Nous pouvons ainsi caractériser ce contour par une relation du type :

$$P = \text{cte} = K, \quad (3.11)$$

ce qui donne encore

$$F(\rho, \theta) = 1/P(\rho, \theta) = 1/K = K', \quad (3.12)$$

La taille de la zone correspondante peut être définie par ses largeurs radiale w_r et latérale w_l respectivement (Figure 3.13).

Tout d'abord, prenons le cas où $\theta = \theta_s$, l'équation (3.10) devient :

$$F(\rho, \theta_s) = K' = 3 \left[\rho - \rho_s + \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_s} \right) \right]^2, \quad (3.13)$$

l'équation précédente peut s'écrire sous la forme suivante :

$$2\rho^2 + \left(2\varsigma \sqrt{\frac{K'}{3}} - \frac{a^2}{\rho_s} - 2\rho_s \right) \rho + a^2 = 0. \quad (3.14)$$

Sachant que $\varsigma = \pm 1$, l'équation (3.14) a quatre solutions possibles. Nous pouvons montrer que parmi ces solutions, deux ont des valeurs proches de zéro et les deux autres sont proches de ρ_s . Seules les deux dernières sont en réalité associées à la tâche de localisation, puisque l'expression de F donnée dans l'équation (3.13) n'a de sens que pour $\rho_s \gg a$. c'est deux solutions sont données par :

$$\rho_\varsigma = \frac{1}{4} \left[2\rho_s + \frac{a^2}{\rho_s} + 2\varsigma \sqrt{\frac{K'}{3}} + 2\rho_s \left(1 + \varsigma^2 \frac{1}{2\rho_s^2} \frac{K'}{3} + \varsigma \frac{1}{\rho_s} \sqrt{\frac{K'}{3}} + \varsigma \frac{a^2}{2\rho_s^3} \sqrt{\frac{K'}{3}} - \frac{a^2}{2\rho_s^2} \right) \right]. \quad (3.15)$$

À partir de la relation (3.15), la largeur radiale de la tâche est caractérisée par :

$$\begin{aligned} w_r &= \rho_+ - \rho_- \\ &= 2 \left(1 + \frac{a^2}{4\rho_s^2} \right) \sqrt{\frac{K'}{3}}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

donc

$$w_r \propto \left(1 + \frac{a^2}{4\rho_s^2} \right), \quad (3.17)$$

où \propto symbolise la proportionnalité. La relation (Équation 3.17) montre que la largeur radiale converge rapidement vers une valeur constante pour des valeurs élevées de ρ_s .

Ensuite, en remplaçant ρ par ρ_s dans l'équation (3.10) et en remarquant que $w_l = \rho_s \Delta\theta$, où $\Delta\theta$ est l'ouverture angulaire de la tâche, nous pouvons montrer que la largeur latérale de

la tâche est proportionnelle à la distance ρ_s qui sépare la source des récepteurs :

$$w_l \propto \rho_s. \quad (3.18)$$

Bien que les équations développées ci-dessus (Équations 3.10, 3.17 et 3.18) sont obtenues pour un positionnement particulier des récepteurs, le comportement général décrit ici restera valable pour des valeurs de θ_m différentes.

Enfin, il faut noter que l'étude menée dans cette section est purement théorique. En effet, la taille réelle de la tâche dépendra aussi des fluctuations statistiques de l'enveloppe moyenne ou de l'intégrale de Schroeder (ici, mesurée sur trois capteurs seulement), ce qui ajoutera des erreurs sur l'estimation des distances r_m et changera légèrement la taille de la tâche théorique.

3.3 Estimation de l'aire d'une plaque réverbérante

Dans cette section, une méthode d'estimation de la valeur de l'aire d'une plaque solide de forme arbitraire délimitée par des conditions aux limites (bords libres, encastres, appuis simples, etc.), à partir d'une mesure localisée sur une petite zone accessible de cette surface, est abordée. Pour ce faire, un dispositif simple sous forme de sonde est envisagé (Figure 3.14), dans le but de récupérer les signaux réverbérés du milieu.

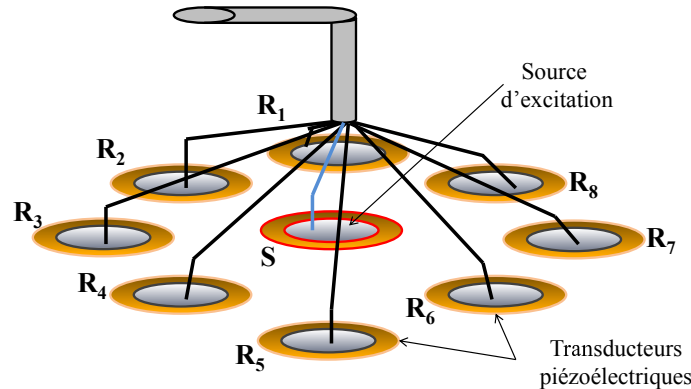


FIGURE 3.14 – Dispositif sous forme d'une sonde. S est le capteur qui génère les ondes acoustiques dans la plaque. Les R_i ($i = 1$ à 8) représentent les récepteurs qui récupèrent les signaux réverbérés.

La présente section fournit une description du principe de mesure et du dispositif expérimental associé. Finalement, des résultats numériques et expérimentaux d'estimation des

surfaces seront présentées pour différentes formes géométriques et différents types de matériaux.

3.3.1 Principe de la méthode

Considérons ici encore un ensemble de capteurs permettant de mesurer les signaux acoustiques $h_m(t)$ en M points d'une plaque réverbérante excitée par une source ponctuelle émettant un signal $s_0(t)$ de courte durée et filtré à bande étroite. La moyenne des enveloppes élevées au carré de ces M signaux reçus est calculée. Nous avons montré également que si le milieu est suffisamment réverbérant, que le nombre de capteurs M est suffisamment élevé et qu'un unique mode de propagation est présent dans la plaque, alors cette moyenne des enveloppes au carré $|H(t)|^2$ approche une fonction exponentielle décroissante du temps (le détail sur la partie statistique est développé dans le chapitre 2, sous-section 2.2.2, équation 2.32) :

$$E[|H(t)|^2] \simeq A e^{-2t/\tau}. \quad (3.19)$$

La moyenne des enveloppes au carré mesurée approche cette fonction exponentielle décroissante. Donc un ajustement de la courbe linéaire appliqué sur le logarithme népérien de la fonction nous permettra d'estimer la valeur expérimentale A_{fit} du paramètre A , qui dépend des propriétés du matériau et des caractéristiques de la source est donnée par l'expression suivante (voir la section 2.3 du chapitre 2) :

$$A_{\text{fit}} = \frac{4\pi r_0 v_{g0}}{\mathcal{S}} I_0^D, \quad (3.20)$$

où \mathcal{S} est l'aire de la plaque, r_0 la distance entre la source d'excitation et chaque récepteur (voir la figure 3.15), v_{g0} la vitesse de groupe des ondes élastiques à la fréquence centrale du signal d'excitation f_0 . I_0^D est un terme énergétique (Équation 2.51) estimé à partir du premier paquet d'onde reçu par un capteur R_0 situé à une distance r_0 de la source. Si ce capteur est placé de telle sorte que le paquet d'onde de la première réflexion ne se chevauche pas au paquet d'onde du trajet direct, dans ce cas, l'estimation de I_0^D est possible sans aucune erreur (pour plus de détail, voir le chapitre 2, section 2.3).

Pour plus de précision, on peut estimer l'énergie du premier paquet d'onde I_0^D reçu à partir d'une moyenne calculée sur tous les récepteurs (afin d'augmenter le rapport signal à bruit). Pour cela, ces derniers doivent être disposés à une même distance r_0 de la source, disposition en forme d'un cercle (Figure 3.15).

Le terme I_0^D peut alors être remplacé par :

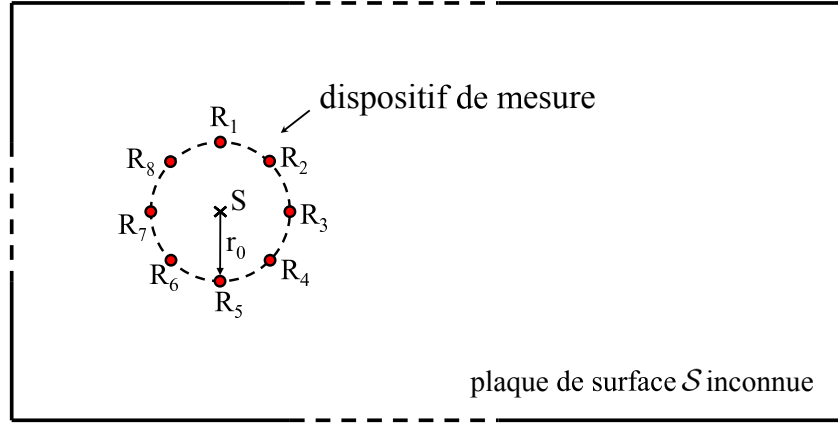


FIGURE 3.15 – Schéma de principe du dispositif.

$$I_M = \int_0^{T_M} \left| \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M h_m(t) \right|^2 dt, \quad (3.21)$$

$T_M = T_{0m} + T_{\omega_0}$ (Figure 2.6) correspond à l'instant où le premier paquet d'onde est enregistré par l'un des récepteurs.

Une fois que, A_{fit} et I_M sont estimés, r_0 , v_{g0} connus, nous déduisons la surface de la plaque en question, à partir de l'équation (3.20) :

$$\mathcal{S} = \frac{4 \pi r_0 v_{g0}}{A_{\text{fit}}} I_M. \quad (3.22)$$

Nous rappelons que le signal d'excitation au point S doit être à bande étroite et centré autour d'une fréquence f_0 . Cette fréquence est choisie de façon à privilégier un seul mode. Et le rayon r_0 du dispositif doit être au minimum de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Pour les plaques testées (en aluminium et en verre), le rayon varie typiquement entre 5 et 15 cm.

On notera que si la valeur de la vitesse de groupe, nécessaire pour l'estimation de surface effectuée à partir de l'équation (3.22), n'est pas connue au préalable, elle peut être déterminée expérimentalement grâce au même dispositif, à partir du temps d'arrivée t_{max} du maximum du pic du premier paquet d'onde (voir la figure 2.6-a) par la relation : $v_{g0} = r_0/t_{\text{max}}$ (l'instant 0 étant calé sur le maximum de l'enveloppe du signal d'excitation $s_0(t)$).

La méthode décrite ici se base sur un modèle statistique développé pour des plaques de formes rectangulaires. Dans la section suivante, nous montrerons que les expressions utiles restent valables pour des plaques non rectangulaires. Pour cela, une étude statistique sera

menée dans le domaine fréquentiel dans le but de calculer la densité modale qui sera comparée à la densité des paquets d'onde (domaine temporel) vu dans le chapitre 2.

3.3.2 Approche modale statistique : justification de l'indépendance vis à vis de la forme de la plaque

Après avoir expliqué le principe d'estimation de l'aire des plaques rectangulaires, ici nous adoptons une approche modale pour démontrer que la méthode reste valable quelle que soit la forme de la plaque. Le signal reçu par un point de coordonnées (x, y) de la plaque à un instant $t > 0$ est présenté par l'équation suivante :

$$h(x, y, t) = g(x, y, t) \otimes s_0(t), \quad (3.23)$$

avec $g(x, y, t) = \sum_{i=1}^{+\infty} g_i(x, y, t)$ la fonction de Green qui contient tous les modes de vibration à des fréquences f_i et les différents modes de vibration $g_i(x, y, t) = Q_i(x, y) \cos(\omega_i t) e^{-t/\tau_i}$. Le signal analytique de la fonction de Green $g(x, y, t)$ est ainsi donnée par l'équation suivante :

$$G(x, y, t) = \sum_{i=1}^{+\infty} Q_i(x, y) u(t) e^{j\omega_i t} e^{-t/\tau_i}, \quad (3.24)$$

où i est l'indice du mode de pulsation ω_i , $Q_i(x, y)$ est l'amplitude modale complexe pour une position de récepteur donnée et $u(t)$ est la fonction échelon. e^{-t/τ_i} est un terme lié à l'atténuation des modes. La figure 3.16 présente les différents modes de vibration dans une gamme de fréquence (la transformée de Fourier de $h(x, y, t)$ en fonction de la fréquence), d'un signal réverbéré reçu expérimentalement.

La transformée de Fourier de l'équation (3.24) donne :

$$\tilde{G}(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^{+\infty} Q_i(x, y) \delta(\omega - \omega_i) \otimes f_{\tau_i}(\omega), \quad (3.25)$$

avec $f_{\tau_i}(\omega)$ la transformée de Fourier de la fonction $u(t) e^{-t/\tau_i}$. Le symbole \otimes indique l'opérateur de convolution. En remarquant que $\delta(\omega - \omega_i) \otimes f_{\tau_i}(\omega) = f_{\tau_i}(\omega - \omega_i)$ et supposant que tous les modes au voisinage de ω_i ont une même atténuation $\tau_i \simeq \tau$, l'équation (3.25) se met sous la forme :

$$\tilde{G}(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^{+\infty} Q_i(x, y) f_{\tau}(\omega - \omega_i). \quad (3.26)$$

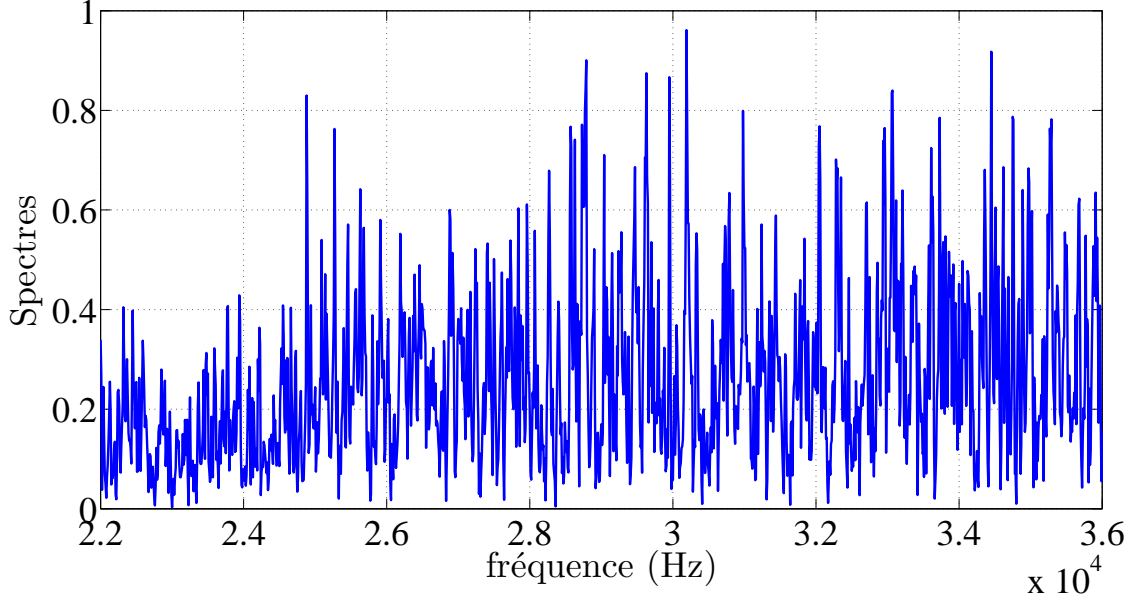


FIGURE 3.16 – Les différents modes de vibration fréquentielle.

Afin de simplifier d'écriture, nous ne ferons plus apparaître par la suite la dépendance en (x, y) .

La transformée de Fourier du signal analytique reçu par un récepteur (équation 3.23) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\tilde{H}(\omega) = \tilde{G}(\omega) \tilde{S}_0(\omega). \quad (3.27)$$

Le module au carré de l'équation (3.27) est alors donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned} |\tilde{H}(\omega)|^2 &= \tilde{G}(\omega) \tilde{G}^*(\omega) |\tilde{S}_0(\omega)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{j=1}^{+\infty} Q_i Q_j^* f_\tau(\omega - \omega_i) f_\tau^*(\omega - \omega_j) |\tilde{S}_0(\omega)|^2 \\ &= \sum_{i=1}^{+\infty} |Q_i|^2 |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 |\tilde{S}_0(\omega)|^2 + \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{+\infty} Q_i Q_j^* f_\tau(\omega - \omega_i) f_\tau^*(\omega - \omega_j) |\tilde{S}_0(\omega)|^2, \end{aligned} \quad (3.28)$$

où le symbole $*$ indique le complexe conjugué. On considère les Q_i comme des variables aléatoires dépendant de la position de la source. Les ω_i sont en revanche déterministes et indépendants des positions. L'espérance mathématique des enveloppes au carré (Équation 3.28) des signaux reçus sur différentes positions de récepteurs donne :

$$\begin{aligned}
 E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] &= \sum_{i=1}^{+\infty} E \left[|Q_i|^2 \right] |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 |\tilde{S}_0(\omega)|^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{+\infty} E \left[Q_i Q_j^* \right] f_\tau(\omega - \omega_i) f_\tau^*(\omega - \omega_j) |\tilde{S}_0(\omega)|^2.
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

D'après l'équipartition des modes en régime de champs diffus [52, 117, 118, 119], nous pouvons dire d'une part que pour $i \neq j$, Q_i et Q_j sont des variables aléatoires décorréliées [53] et d'autre part, les modes sont excités en moyenne avec une même énergie. D'où nous pouvons écrire l'égalité suivante :

$$E \left[Q_i Q_j^* \right] = \mathcal{K} \delta_{ij}, \tag{3.30}$$

avec \mathcal{K} une constante et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Ainsi l'équation (3.29) peut se mettre sous la forme simplifiée suivante :

$$E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] = \mathcal{K} |\tilde{S}_0(\omega)|^2 \sum_{i=1}^{+\infty} |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2. \tag{3.31}$$

Pour une densité modale suffisamment élevée, nous pouvons estimer la somme de l'équation ci-dessus à partir de l'intégrale de la fonction $|f_\tau(\omega - \omega_i)|^2$ calculée en assimilant ω_i à une variable continue. On peut montrer en effet :

$$\frac{1}{n(\omega)} \sum_{i=1}^{+\infty} |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 \simeq \int_0^{+\infty} |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 d\omega_i, \tag{3.32}$$

où $n(\omega)$ est la densité modale (Section 1.3.1 au Chapitre 1) des vibrations en flexion pour une pulsation ω donnée. En introduisant l'équation (3.32) dans (3.31), nous obtenons :

$$E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] \simeq n(\omega) \mathcal{K} |\tilde{S}_0(\omega)|^2 \int_0^{+\infty} |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 d\omega_i. \tag{3.33}$$

Après avoir effectué un changement de variable et pour $\omega \gg \Delta\omega$ ($\Delta\omega$ est la largeur caractéristique de la fonction f_τ), l'intégrale se met sous la forme suivante :

$$\int_0^{+\infty} |f_\tau(\omega - \omega_i)|^2 d\omega_i \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} |f_\tau(u)|^2 du. \tag{3.34}$$

D'après l'égalité de Parseval, l'équation (3.34) devient :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |f_\tau(u)|^2 du &= \int_0^{+\infty} e^{-2t/\tau} dt \\ &= \frac{\tau}{2}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

l'équation (3.33) devient :

$$E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] \simeq \frac{\tau}{2} n(\omega) \mathcal{K} |\tilde{S}_0(\omega)|^2. \quad (3.36)$$

L'intégrale de cette équation (Équation 3.36) est donnée par :

$$\int_0^{+\infty} E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] d\omega \simeq \frac{\tau}{2} \mathcal{K} \int_0^{+\infty} n(\omega) |\tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega. \quad (3.37)$$

Nous considérons que $n(\omega)$ varie faiblement dans la bande passante d'excitation (signal émis filtré à bande étroite f_0) :

$$\int_0^{+\infty} E \left[|\tilde{H}(\omega)|^2 \right] d\omega \simeq \frac{\tau}{2} n(\omega_0) D'_s, \quad (3.38)$$

avec $D'_s = \mathcal{K} \int_0^{+\infty} |\tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega$ un terme lié à l'énergie acoustique injectée dans la plaque.

Or, l'intégrale de l'espérance mathématique des enveloppes au carré des signaux reçus $E[|H(t)|^2]$ (Équation 2.32) est donnée par :

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} E[|H(t)|^2] dt &\simeq A \int_0^{+\infty} e^{-2t/\tau} dt \\ &\simeq \beta_d \frac{\tau v_{g0}}{2} D_s. \end{aligned} \quad (3.39)$$

D'après le théorème de Parseval appliqué aux relations (3.38) et (3.39), nous pouvons écrire :

$$\beta_d = \frac{D'_s}{v_{g0} D_s} n(\omega_0). \quad (3.40)$$

Le théorème de Weyl [120, 121] stipule que la densité modale ne dépend au premier ordre que de l'aire de la plaque et non pas de sa forme (voir Section 1.3.1). Considérons deux plaques de même matériau, de même épaisseur, de même aire, mais de formes éventuellement différentes et excitées par des sources de même nature et même amplitude. D'après l'équation (3.40) les valeurs de β_d sont identiques pour ces deux plaques. Ceci signifie que l'expression de $\beta_d = 2\pi/\mathcal{S}$ établie pour une plaque rectangulaire (voir l'équation 2.8 du chapitre 2) est valable aussi pour une plaque non rectangulaire de même surface \mathcal{S} .

En conséquence, la méthode d'estimation de surface présentée dans cette section et basée sur l'équation (3.22) reste valable quelque soit la forme de la plaque.

Par la suite nous montrerons des résultats numériques et expérimentaux obtenus au cours du déroulement de cette thèse qui confirment ce résultat.

3.3.3 Résultats numériques et expérimentaux de l'estimation d'aire

Dans cette sous-section, nous allons montrer des résultats numériques et expérimentaux de l'estimation de l'aire de plaques de formes et d'épaisseurs différentes. Des tests menés au cours de ce travail ont permis de valider le principe sur des plaques métalliques (ici aluminium) et des vitres de quelques mètres carrés et de formes diverses, aussi bien pour des conditions aux limites libres (plaques posées sur des supports) qu'encastées (vitres enchâssées sur fenêtres). Dans la suite, des résultats numériques sont présentés, qui sont suivis par des résultats expérimentaux.

Résultats numériques

Ici des essais sont faits sur cinq plaques polygonales de différentes tailles, différentes formes et d'épaisseur 3 mm (Figure 3.17), modélisées par la méthode des éléments finis. La source est une force normale appliquée en un point de la surface sous la forme d'un signal d'un cycle de sinusoïde. Les déplacements normaux en cinq différents emplacements sont considérés comme des signaux reçus. Ces signaux sont filtrés par un filtre à bande étroite (voir Chapitre 2).

Aire Plaque d'al.	Valeur réelle (m ²)	Valeur estimée (m ²)	Erreur relative (%)
Rectangle #1 (Fig. 3.17-a)	6	6,14	2,33
Rectangle #2 (Fig. 3.17-b)	2	1,95	2,5
Rectangle #3 (Fig. 3.17-c)	0,15	0,154	2,66
Polygone #1 (Fig. 3.17-d)	1,24	1,31	5,64
Polygone #2 (Fig. 3.17-e)	0,35	0,38	8,5

TABLE 3.2 – Résultats numériques de l'estimation de l'aire \mathcal{S} des plaques d'aluminium de la figure (3.17) et comparaison avec leurs valeurs réelles.

Les résultats de l'estimation des aires \mathcal{S} sont affichés dans le tableau (3.2). Les valeurs réelles sont présentées dans la première colonne. La comparaison avec les valeurs estimées, indiquées dans la deuxième colonne, présente un bon accord.



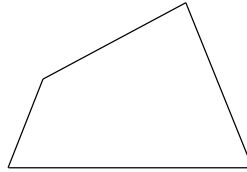
(a) Rectangle de 6 m² de surface.



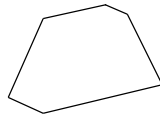
(b) Rectangle de 2 m² de surface.



(c) Rectangle de 0,15 m² de surface.



(d) Polygone de 1,24 m² de surface.



(e) Rectangle de 0,35 m² de surface.

FIGURE 3.17 – Description des plaques utilisées pour les tests de caractérisation géométrique (cas d'étude numérique). Plaques d'aluminium d'épaisseur 3 mm.

Résultats expérimentaux

Nous considérons le cas de plaques d'aluminium d'épaisseur 6 mm posées sur des blocs en polystyrène pour limiter le couplage (condition aux limites libres) et des vitres en verre d'épaisseur 3 mm montées sur fenêtres (encastrées). L'objectif est de tester l'efficacité de la méthode dans un cas réel.

Afin de vérifier la présence d'un seul mode de propagation dans la structure en ques-

tion (hypothèse imposée dans le modèle), nous mesurons les courbes spatio-temporelles de propagation et nous déduisons les courbes de dispersion qui nous permettront de calculer la vitesse de groupe des ondes et déduire les modes de propagation dominants dans la structure. Pour ce faire, un dispositif expérimental est mis en œuvre (Figure 3.18). Deux transducteurs piézoélectriques sont utilisés l'un en émission et l'autre en réception. Le signal d'excitation choisi est cinq cycles de sinusoides pondérés par une fenêtre de Hanning centré autour d'une fréquence centrale f_0 . CAN dans la figure 3.18 présente le convertisseur analogique numérique.

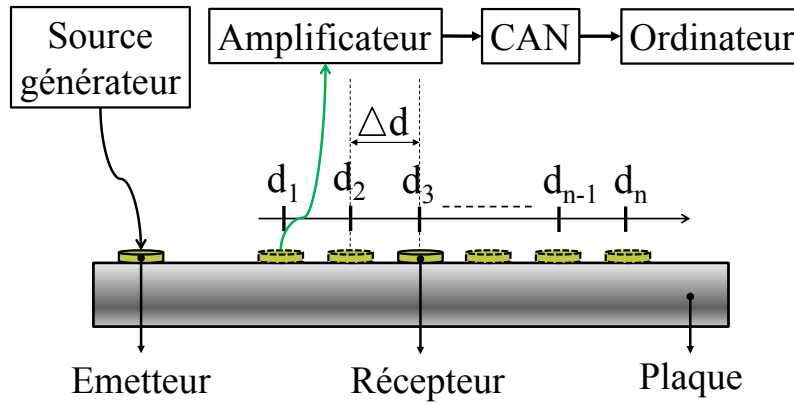


FIGURE 3.18 – Dispositif expérimental pour l'application des courbes spatio-temporelles et les courbes de dispersion.

Le signal ultrasonore transmis dans le milieu est reçu par le récepteur, puis amplifié et numérisé avant d'être enregistré par l'ordinateur où les données sont traitées à l'aide du logiciel Matlab. Ensuite, nous déplaçons le récepteur, d'une position d_1 à une position d_2 , d'un pas spatial Δd . Nous continuons ainsi jusqu'à la position d_n . Les données enregistrées sont assemblées afin d'obtenir un signal spatio-temporel. Et sa transformée de Fourier spatiale nous permettra d'obtenir la vitesse.

a) Plaque d'aluminium posée sur supports

Des études sont menées sur des plaques d'aluminium (Figure 3.19), d'épaisseur 6 mm. Une source d'excitation centrée autour d'une fréquence $f_0 = 30$ kHz est appliquée à la surface de chacune des plaques. La figure 3.20 montre la propagation des signaux récupérés par un récepteur qui se déplace d'un pas Δd entre chaque acquisition, (courbe spatio-temporelle, Figure 3.20). La transformée de Fourier 2D (spatio-temporelle) nous a permis de vérifier que le mode antisymétrique fondamental (A_0) est largement dominant (Figure 3.21).

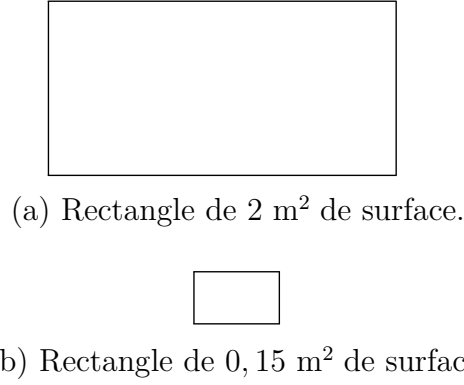


FIGURE 3.19 – Description des plaques utilisées pour les tests de caractérisation géométrique (cas d'étude expérimentale). Plaques d'aluminium d'épaisseur 6 mm.

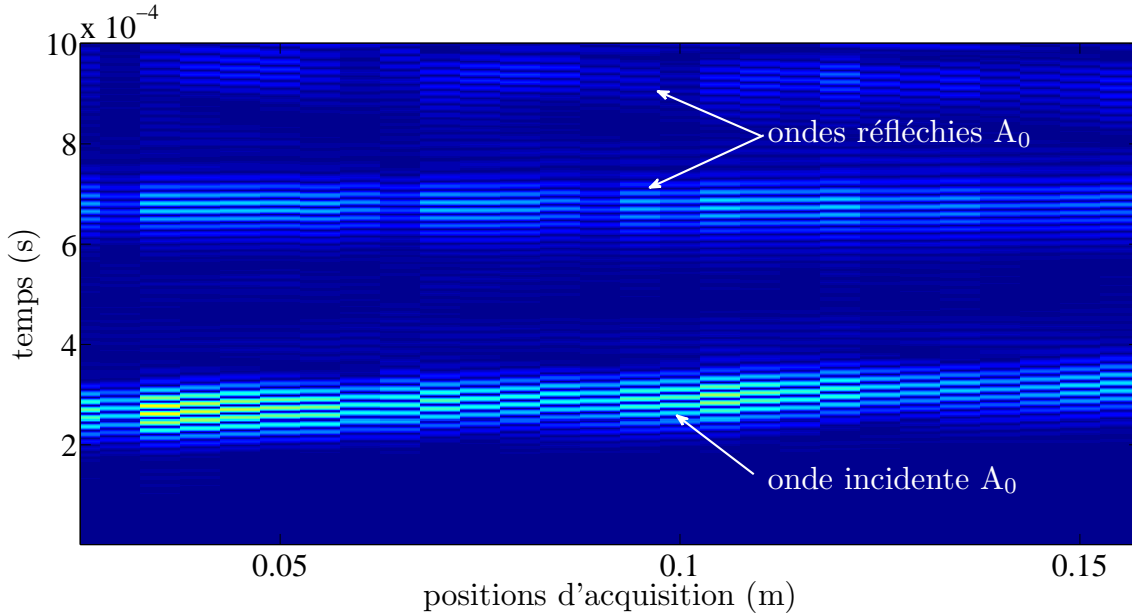


FIGURE 3.20 – La courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes sur une plaque d'aluminium. Plaque excitée par une source ponctuelle de cinq cycles de sinusoides pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale de 30 kHz. Plaque de 2 m \times 1 m et d'épaisseur $e = 6$ mm.

Une fois la condition "mono-mode" validée, nous pouvons traiter les signaux reçus sur les 5 capteurs répartis autour de la source, et estimer l'aire de la plaque.

Ces résultats d'estimation sont présentés dans le tableau (3.3). Une bonne concordance est visualisée entre les valeurs estimées et les valeurs réelles des surfaces, indiquées respectivement dans la première et la deuxième colonne du tableau (3.3).

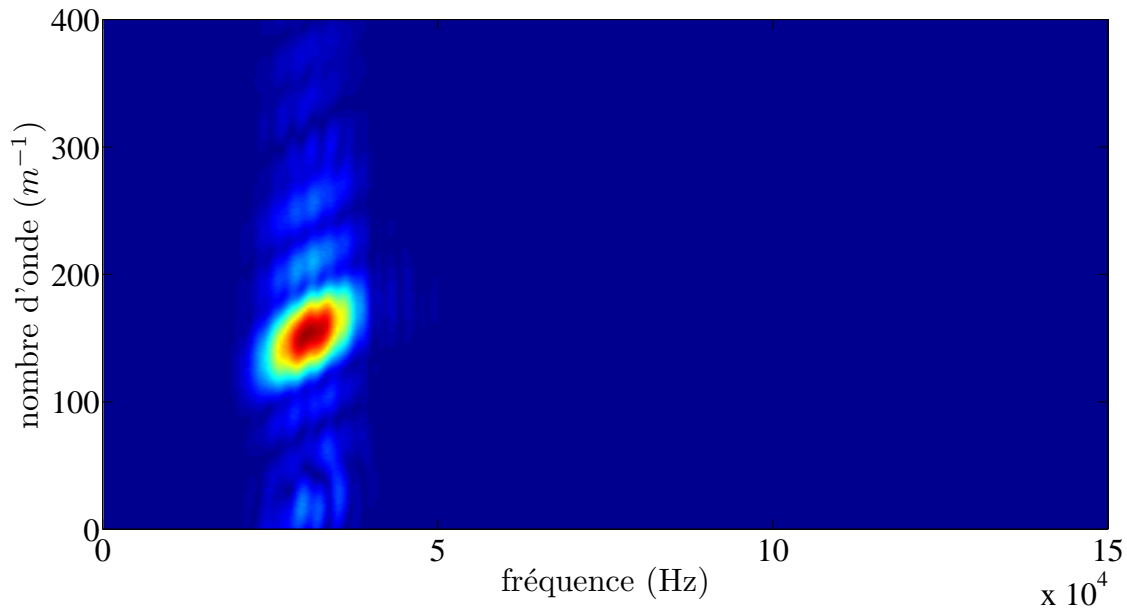


FIGURE 3.21 – Courbes de dispersion expérimentale d'une plaque d'aluminium d'épaisseur 6 mm.

Plaques d'alu. \ Aire	Valeur réelle (m ²)	Valeur estimée (m ²)	Erreur relative (%)
Rectangle #1 (Fig. 3.19-a)	2	1,975	1,25
Rectangle #2 (Fig. 3.19-b)	0,15	0,155	3,3

TABLE 3.3 – Résultats expérimentaux de l'estimation de l'aire \mathcal{S} des plaques d'aluminium d'épaisseur $e = 6$ mm de la figure (3.19) et comparaison avec leurs valeurs réelles.

b) Plaque en verre aux bords encastrés (vitres)

Des essais expérimentaux sont menés cette fois-ci sur des vitres montées sur les fenêtres de notre laboratoire, de formes géométriques différentes (Figure 3.22). Au cours de ces essais, cinq capteurs sont collés sur chacune de ces vitres et les signaux sont enregistrés et traités de même manière que dans le paragraphe précédent afin de pouvoir estimer leurs surfaces.

Dans le cas de ces vitres, l'analyse des signaux spatio-temporels (Figure 3.23) montre que les conditions d'encastrement sur les montants des fenêtres sont très défavorables à la réflexion des ondes de flexion en basse fréquence. En revanche, le mode S_0 à plus haute fréquence ($f_0 = 90$ kHz) est généré suffisamment réverbérant et dominant (Figure 3.24). Sa transformée de Fourier 2D nous permet de vérifier que le mode symétrique fondamental (S_0) est largement dominant (voir la figure 3.25).

Les résultats du tableau (3.4) représentent les valeurs des surfaces des vitres estimées,



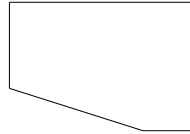
(a) Vitre de 4,02 m² de surface.



(b) Vitre de 2,66 m² de surface.



(c) Vitre de 1,84 m² de surface.



(d) Vitre de 1,25 m² de surface, non rectangulaire.



(e) Vitre de 1,216 m² de surface.

FIGURE 3.22 – Description des vitres utilisées pour les tests de caractérisation géométrique (cas d'étude expérimentale). Vitres en verre d'épaisseur 3 mm enchâssées sur fenêtres.

les valeurs réelles et l'erreur relative entre les deux. Nous constatons une bonne concordance entre les valeurs estimées et les valeurs réelles.

Ainsi les résultats obtenus dans ce manuscrit sont encourageants et ils valident une méthode originale pour mesurer la surface des structures de formes géométriques inconnues. Cette méthode se caractérise par :

- aucune mesure géométrique requise,
- accès à seulement une petite portion de l'échantillon,
- possibilité d'utiliser des capteurs simples, légers et peu coûteux
- traitement des signaux relativement simple.

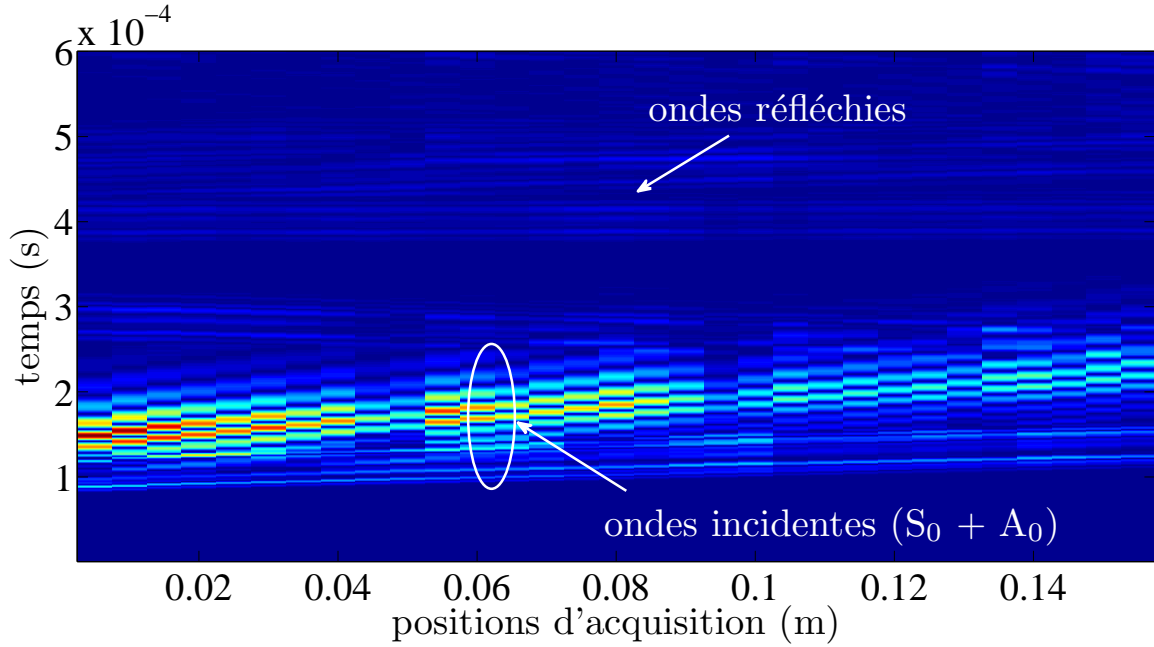


FIGURE 3.23 – Courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes sur une vitre en verre. Plaque excitée par une source ponctuelle de cinq cycles de sinusoides pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale de 30 kHz. Les ondes de flexion sont absorbées par le milieu et une conversion de mode est apparue.

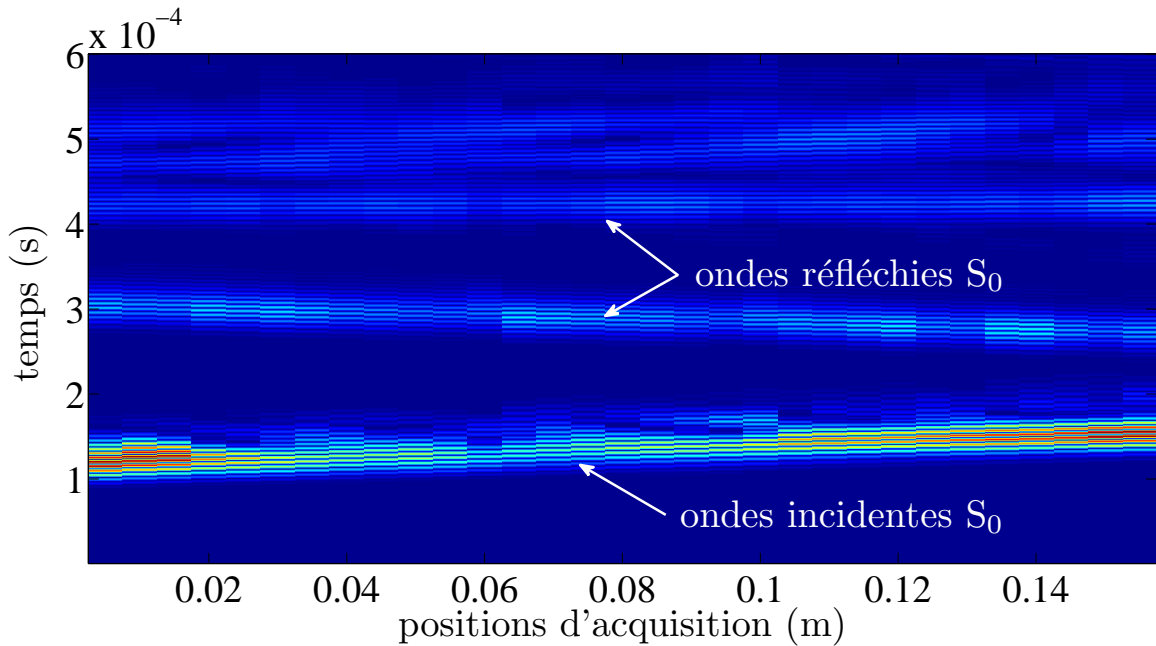


FIGURE 3.24 – La courbe spatio-temporelle de la propagation des ondes sur une vitre en verre. Plaque excitée par une source ponctuelle de cinq cycles de sinusoides pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale $f_0 = 90$ kHz. Le mode symétrique est visualisé.

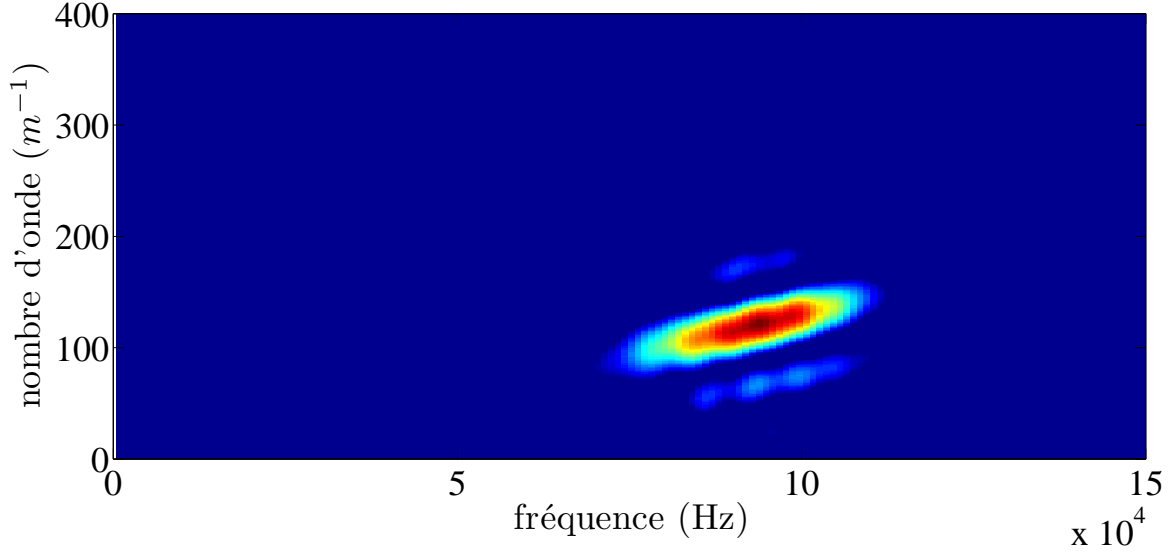


FIGURE 3.25 – Courbes de dispersion expérimentale d’une vitre d’épaisseur 3 mm.

Aire vitre en verre	Valeur réelle (m ²)	Valeur estimée (m ²)	Erreur relative (%)
vitre #1 (Fig. 3.22-a)	4,02	4,21	4,7
vitre #2 (Fig. 3.22-b)	2,66	2,79	4,88
vitre #3 (Fig. 3.22-c)	1,84	1,86	1,08
vitre #4 (Fig. 3.22-d)	1,25	1,28	2,4
vitre #5 (Fig. 3.22-e)	1,216	1,214	0,17

TABLE 3.4 – Résultats expérimentaux de l’estimation de l’aire \mathcal{S} des vitres de la figure (3.22) et la comparaison à leurs valeurs réelles.

Il n’existe à notre connaissance aucune technique équivalente de mesure d’aire conjuguant à la fois tous ces avantages.

Quelques applications potentielles (à valider) pourraient être : estimation de longueur de tôle en rouleau, suivi de surface restante après découpe, contrôle de la dilatation de la surface, etc.

Enfin, on notera que l’application de ce principe à partir de mesures utilisant les technologies ultrasons-laser (émission et détection des ondes élastiques par laser) permettrait potentiellement la mesure de surface à distance, sans contact avec la plaque, éventuellement en environnement difficile (hautes températures,...).

3.4 Conclusion

Les études menées dans ce chapitre illustrent la possibilité d'extraire des informations quantitatives à partir d'un nombre minimal de capteurs, en exploitant les propriétés statistiques d'un milieu réverbérant.

Premièrement, des résultats intéressants de localisation de source ont été présentés. Ces objectifs sont atteints sans aucune mesure de temps de vol des premiers paquets d'onde reçus par les récepteurs, ni synchronisation entre les voies d'acquisition. Deuxièmement, des études sont menées pour mettre en évidence une méthode permettant d'estimer l'aire des plaques sans aucune mesure géométrique.

D'autres applications possibles des signaux acoustiques réverbérés sont présentés dans le chapitre suivant. Ainsi la première section sera consacrée à une description statistique de la propagation des ondes acoustiques dans une structure unidimensionnelle 1D, avec application à la détermination de la longueur. La deuxième section sera consacrée à l'étude de l'interaction des ondes réverbérées avec un défaut localisé dans une plaque.

CHAPITRE 4

Extensions possibles à d'autres cas d'études

4.1 Introduction

Comme détaillé dans les chapitres précédents, la réverbération des ondes élastiques émises et reçues dans les plaques après avoir parcouru la totalité de celles-ci contient des informations quantitatives utiles qui les caractérisent. En particulier, nous avons démontré la possibilité d'estimer la valeur de l'aire \mathcal{S} d'une plaque à partir d'une petite zone de cette surface.

Dans la continuité de cette idée, nous allons montrer dans ce chapitre que dans le cas d'une propagation 1D, c'est la longueur de l'échantillon qui peut être estimée de cette manière. Pour cela, le modèle statistique sera adapté et des relations entre les caractéristiques moyennes des signaux et quelques propriétés du milieu seront développées. Afin de valider le modèle statistique, ces expressions théoriques seront comparées avec des résultats obtenus à partir de la méthode des éléments finis.

Dans une deuxième partie de ce chapitre, nous allons relier théoriquement les moyennes d'ensembles des signaux réverbérés aux caractéristiques d'un défaut dans une plaque, considéré comme une source secondaire.

4.2 Réverbération dans une structure 1D

Le but de ce paragraphe est d'étudier l'effet des ondes acoustiques réverbérées dans une structure unidimensionnelle (1D). Le problème que l'on se propose de traiter est notamment l'estimation de la longueur d'une barre à partir de l'accès à une zone limitée de sa longueur.

Premièrement nous présenterons une description statistique des ondes réverbérées pour des structures 1D utilisant la méthode des source-images qui nous permettra de dériver des

relations théoriques utiles (espérance mathématique des enveloppes au carré et espérance mathématique d'intégrales de Schroeder des signaux reçus). Enfin des résultats numériques obtenus à partir de la méthode des éléments finis nous serviront à valider la théorie et estimer la longueur de quelques barres de différentes tailles.

4.2.1 Modèle statistique 1D

Dans cette partie, une approche statistique est proposée pour déduire le comportement moyen du système. Un signal de durée limitée appliqué en un point source S est récupéré par les récepteurs R après une propagation dans la barre (Figure 4.1).

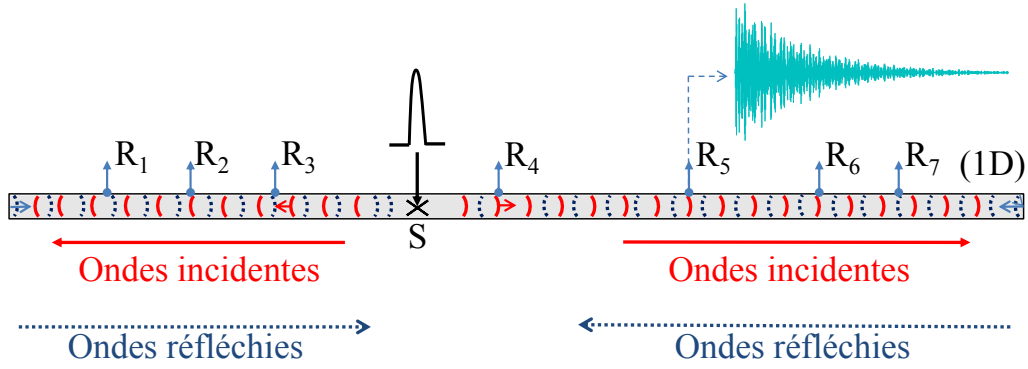


FIGURE 4.1 – Propagation d'onde dans une barre de longueur \mathcal{L} .

Soit le signal reçu $u(t)$ par l'un des récepteurs collés sur la barre, exprimé sous la forme suivante :

$$u(t) = u^D(t) + u^R(t) = u^D(t) + \sum_{i=0}^{+\infty} \kappa_{1i} s_1(r_i, t), \quad (4.1)$$

où, $u^D(t) = s_1(r_0, t)$ représente le signal de propagation directe dans la barre d'un point source S au récepteur R . $u^R(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_{1i} s_1(r_i, t)$ correspond à une série infinie de réflexions sur les deux extrémités de la barre. Les exposants D et R désignent direct et réfléchi, respectivement. κ_{1i} est le nombre des paquets d'onde provenant des source-images situées à des distances entre r_i et $r_i + \Delta r_i$ du récepteur, où r_i est la distance entre une source-image et le récepteur, comme illustrée dans la figure 4.2. Δr_i est choisi de sorte que le nombre de source-image soit au maximum égal à 1 ($\Delta r_i \ll r_i$).

L'espérance mathématique de κ_{1i} est donnée par l'équation suivante :

$$E[\kappa_{1i}] = \lambda_1(r_i) \Delta r_i, \quad (4.2)$$

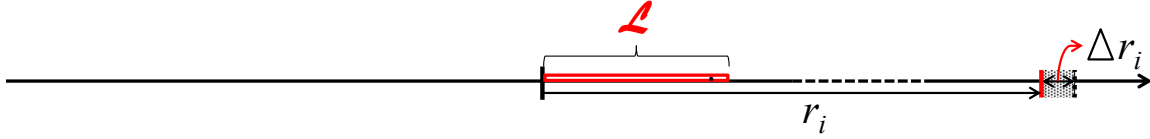


FIGURE 4.2 – Nombre de paquets d’onde sur une distance r_i et $r_i + \Delta r_i$, cas d’une structure 1D.

avec $\lambda_1(r)$ la densité moyenne des paquets d’ondes reçus sur une distance r . Par la suite, les réflexions dues aux deux bords de la barre sont présentées comme étant des paquets d’ondes issus des sources images à des distances r_i du récepteur. Afin d’estimer $\lambda_1(r)$, il faut calculer le nombre de source-images réparties sur une distance $r \gg \mathcal{L}$ (Figure 4.3), $\Lambda_1(r)$.

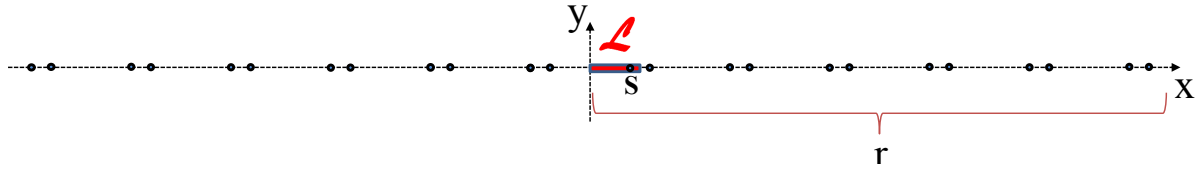


FIGURE 4.3 – Méthode des source-images pour une structure unidimensionnelle (1D).

Ainsi le nombre moyen de source-images existant sur une distance r est égal à :

$$\Lambda_1(r) \simeq \frac{2 \text{ Distance } r \text{ des sources images}}{\text{Longueur de la barre}} = \frac{2 r}{\mathcal{L}}. \quad (4.3)$$

La densité $\lambda_1(r)$ est définie comme étant la dérivée de $\Lambda_1(r)$ par rapport à la distance r . Elle s’écrit alors sous la forme suivante :

$$\lambda_1(r) \simeq \frac{d\Lambda_1(r)}{dr} = \frac{2}{\mathcal{L}}. \quad (4.4)$$

Nous constatons donc que pour une propagation des ondes dans une structure unidimensionnelle (1D), la densité moyenne des paquets d’ondes $\lambda_1(r)$ ne dépend que de la longueur de la barre.

Comme au chapitre 2, l’expression théorique de la moyenne des enveloppes au carré des signaux est dérivée en se servant du modèle statistique développé dans le domaine temporel. Comme nous l’avons déjà mentionné, notre étude n’est valable que pour des propagations mono-mode. Les calculs détaillés dans le chapitre 2 nous permettent de déduire l’espérance mathématique des enveloppes au carré des signaux réverbérés à partir de l’équation (2.20) :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] = \int_0^{+\infty} \lambda_1(r) |S_{1R}(r, t)|^2 dr, \quad (4.5)$$

$U^R(t)$ et $S_{1R}(r, t)$ sont les signaux analytiques complexes des signaux $u^R(t)$ et $s_{1R}(r, t)$, respectivement. Ce dernier est le signal reçu par l'un des récepteurs après une propagation sur une distance r du milieu complexe et un nombre de réflexion $N_R(r)$ sur les deux bords de la barre. $S_{1R}(r, t)$ peut se mettre sous la forme :

$$S_{1R}(r, t) = a(r) e^{-\gamma'_0 r} S_{1Rp}(r, t), \quad (4.6)$$

où la fonction $a(r)$ est directement liée à la fonction de Green décrivant la propagation, $a(r) = 1$ pour une propagation unidimensionnelle et $S_{1Rp}(r, t)$ représente la partie du signal propagatif.

L'expression théorique de l'espérance mathématique des enveloppes au carré des signaux reçus d'une structure 1D est donnée (voir l'annexe C pour le détail du calcul) :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] \simeq A_1 e^{-2t/\tau_1}, \quad (4.7)$$

avec

$$A_1 = \frac{2 v_{g0}}{\mathcal{L}} D_{1s}, \quad (4.8)$$

où A_1 est une amplitude liée à la longueur de la barre \mathcal{L} et τ_1 est un terme lié au temps de réverbération. Nous constatons qu'à partir des équations (4.7) et (4.8), il est possible d'estimer la longueur des barres de différentes tailles, une fois que v_{g0} et D_{1s} (terme lié à l'énergie injectée par la source dans la barre) sont connues.

Suivant le même principe que présenté dans la section 2.3.1, D_{1s} peut être estimé à partir du premier paquet d'onde reçu par le récepteur (Annexe C) :

$$D_{1s} = \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} |U^D(t)|^2 dt, \quad (4.9)$$

où $U^D(t)$ est le signal analytique complexe de la partie déterministe du signal reçu $u^D(t)$, τ_0 est le premier temps de vol entre la source et le récepteur et T correspond à la durée d'un paquet d'onde.

Comme nous l'avons démontré dans le chapitre 2, la méthode de Schroeder est plus efficace en termes de convergence vers la courbe théorique. L'espérance mathématique des intégrales

de Schroeder peut se mettre sous la forme suivante :

$$I_{1s}(t) = E \left[\int_t^{+\infty} \left(u^R(v) \right)^2 dv \right] . \quad (4.10)$$

La même démarche de calcul que nous avons développé dans la section 2.2.3 du chapitre 2, nous permet d'écrire l'équation (4.10) sous la forme suivante :

$$I_{1s}(t) = \frac{1}{2} D_{1s} \int_{r_t}^{+\infty} \lambda_1(r) a^2(r) e^{-2\gamma'_0 r} dr . \quad (4.11)$$

Nous remplaçons $\lambda_1(r)$, $\gamma'_0 = \frac{1}{\tau_1 v_{g0}}$ et $a(r)$ par leurs valeurs, ainsi l'équation précédente se simplifie :

$$I_{1s}(t) = \frac{A_1 \tau_1}{4} e^{-2t/\tau_1} , \quad (4.12)$$

où, A_1 est tel que défini dans la sous-section précédente (Équation 4.8).

4.2.2 Estimation de la longueur \mathcal{L}

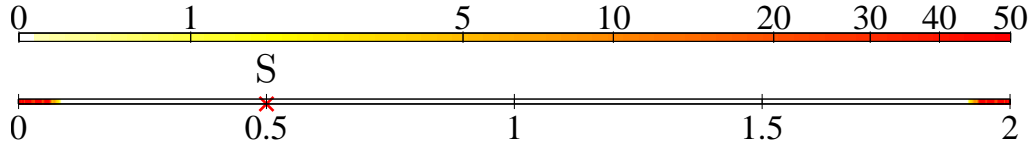
Les équations (4.7), (4.9) et (4.12) constituent la base du principe d'estimation de la longueur des barres. Comme les expressions théoriques sont des fonctions exponentielles décroissantes, nous réalisons un ajustement de la courbe linéaire sur leurs logarithmes afin de déduire les valeurs expérimentales de A_1 et τ_1 , que nous appelons dans la suite $A_{1\text{fit}}$ et $\tau_{1\text{fit}}$. Pour v_{g0} et D_{1s} connus, la longueur d'une barre peut être estimée par la relation suivante :

$$\mathcal{L}_{est} \simeq \frac{2 v_{g0}}{A_{1\text{fit}}} D_{1s} . \quad (4.13)$$

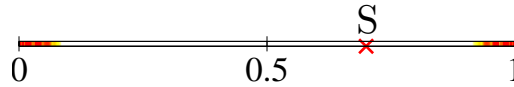
Dans le cas où le premier paquet n'est pas séparé du signal réfléchi, la valeur de D_{1s} sera erronée, ce qui induit également une erreur sur l'estimation de la longueur à partir de l'équation (4.13). Donc, afin d'éviter des erreurs sur l'estimation, la condition d'application de la méthode est présentée par l'inégalité de l'équation (3.5). Cette inégalité nous permet d'étudier la zone des positions des récepteurs acceptables pour une position de source donnée, où l'estimation de la longueur de la barre est possible théoriquement sans erreur.

Nous présentons sur la figure 4.4 la zone d'emplacement des récepteurs pour une position de source donnée, pour trois barres d'aluminium de tailles différentes. La fréquence centrale d'excitation est de 20 kHz. Les zones blanches représentent les positions des récepteurs pour lesquelles l'estimation de la longueur des barres est correcte. En revanche en s'approchant

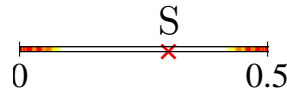
des deux zones extrêmes de la barre (les zones colorées), l'estimation de la longueur de barre sera erronée. Les erreurs sur les longueurs sont représentées avec une échelle logarithmique (en centimètre).



(a) Barre de longueur 2 m.



(b) Barre de longueur 1 m.



(c) Barre de longueur 0,5 m.

FIGURE 4.4 – La zone d'installation des récepteurs autour du point source. La zone blanche indique les positions des récepteurs pour lesquelles l'estimation de la longueur de la barre est correcte, tandis que dans les deux zones extrêmes de la barre l'estimation sera erronée. L'échelle de couleur logarithmique représente l'erreur sur l'estimation de la longueur (en cm) due au chevauchement des premiers paquets d'ondes.

Dans la section suivante, nous étudions quelques exemples numériques afin de valider la théorie.

4.2.3 Résultats numériques.

Dans cette partie, des modèles numériques de barres de différentes tailles ($\mathcal{L}_1 = 0,5$ m, $\mathcal{L}_2 = 1$ m et $\mathcal{L}_3 = 2$ m) sont présentés pour tester la méthode. Ici, les barres sont maillées par des éléments quadratiques, voir la figure 4.5. Par la suite, les barres sont excitées par une force transitoire, qui est un cycle de sinusoïde à une fréquence de 20 kHz.

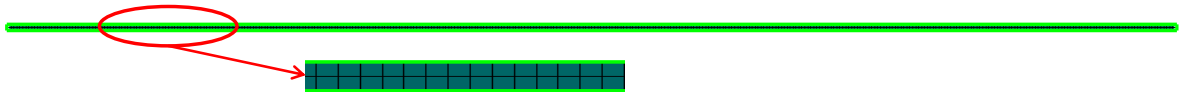


FIGURE 4.5 – maillage d'une barre, réalisé à l'aide du logiciel Gmsh.

Les signaux reçus sont par la suite convolués par cinq cycles de sinusoïdes pondérés par une fenêtre de Hanning à 15 kHz afin de privilégier le mode de flexion. Une fois que les signaux sont filtrés, ils seront traités pour extraire la moyenne des enveloppes et/ou des intégrales de

Schroeder, qui seront alors comparées aux courbes théoriques obtenues respectivement par les équations (4.7) et (4.12).

Comme nous l'avons vu précédemment, la moyenne des enveloppes au carré des signaux enregistrés par plusieurs récepteurs converge vers la fonction théorique (Équation 4.7) à condition que la densité de paquets d'ondes soit suffisamment élevée. Dans une structure unidimensionnelle nous n'avons que deux bords de réflexions. Le nombre de paquets d'ondes reçus par les récepteurs à une distance $r_i \leq r$ des source-images (Figure 4.3) est donc beaucoup plus faible que dans le cas des plaques. Afin de compenser ce faible nombre de paquets d'ondes, nous devons utiliser un nombre plus élevé de capteurs. Ici, l'étude sera faite sur la moyenne de 28 récepteurs arbitrairement répartis sur la barre. La figure 4.6 présente la moyenne des enveloppes au carré reçus sur les 28 réalisations (courbe en bleu) en fonction du temps.

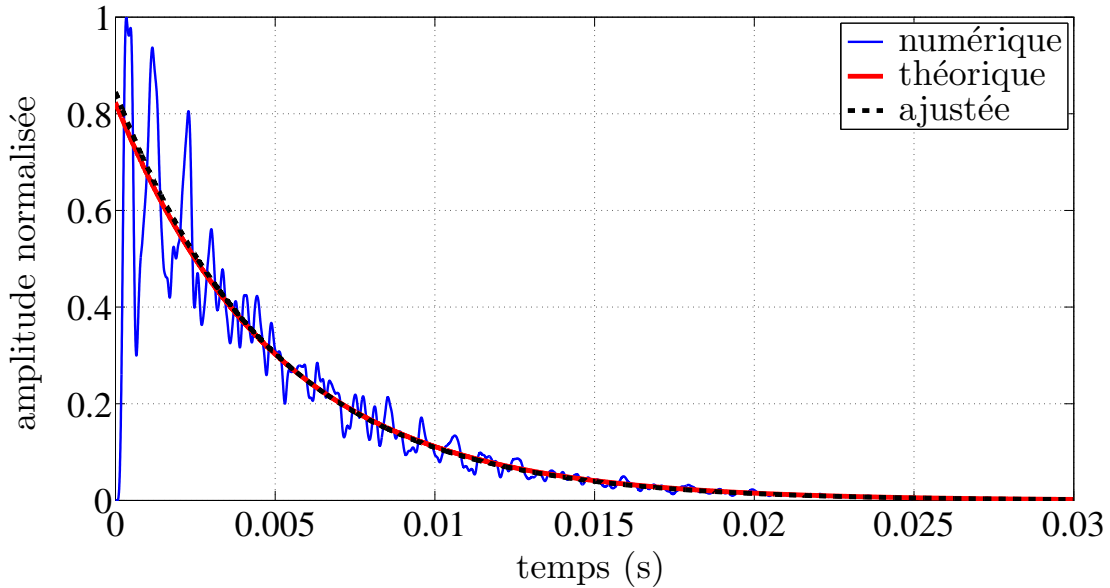


FIGURE 4.6 – Enveloppe moyenne au carré. La courbe numérique présente la moyenne des enveloppes au carré des signaux reçus par 28 positions de capteurs. La courbe exponentielle théorique est tracée en rouge et l'ajustement de la courbe en pointillés noirs.

Un ajustement de la courbe (en pointillés noirs) appliquée sur cette moyenne est comparé avec l'expression théorique (courbe en rouge) donnée dans l'équation (4.7). Un bon accord est remarqué entre ces trois courbes, ce qui nous permettra d'identifier les paramètres physiques de la barre.

Le tableau 4.1 nous indique les longueurs estimées des barres de différentes tailles à partir de la moyenne des enveloppes reçus sur les 28 récepteurs. La comparaison avec les valeurs réelles est remarquable.

Barre d'aluminum. \ Longueur	Valeur réelle (m)	Valeur estimée (m)	Erreur relative (%)
Barre #1 (Fig. 4.4-a)	2	1,94	3
Barre #2 (Fig. 4.4-b)	1	0,973	2,7
Barre #3 (Fig. 4.4-c)	0,5	0,48	4

TABLE 4.1 – Résultats numériques obtenus après un moyennage des enveloppes au carré des signaux reçus sur 28 récepteurs. Estimation de la longueur \mathcal{L} des barres d'aluminium (voir la figure 4.4), et comparaison à leurs valeurs réelles.

Ici encore, nous montrons que la technique d'intégration de Schroeder est plus efficace que le calcul de la moyenne des enveloppes au carré en termes de convergence vers la fonction théorique (Équation 4.12) et permet donc de compenser la faible densité de paquets d'onde. La figure 4.7 présente la moyenne des intégrales de Schroeder (courbe numérique en bleu) sur 4 capteurs aléatoirement repartis sur une barre. Un très bon accord avec la courbe ajustée (en noires pointillées) et la courbe théorique (en rouge) est observé.

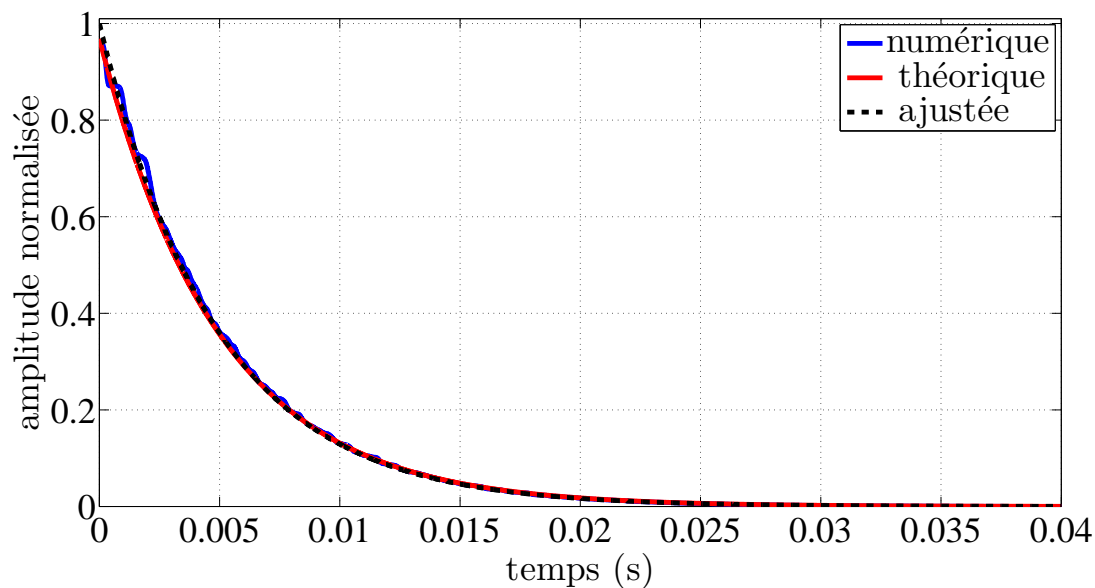


FIGURE 4.7 – Ajustement de la courbe sur la moyenne d'intégrale de Schroeder sur quatre réalisations.

De même, après avoir obtenu les valeurs des paramètres $A_{1\text{fit}}$ et $\tau_{1\text{fit}}$ à partir de la courbe ajustée nous pouvons estimer la longueur \mathcal{L} des barres en se servant de l'équation (4.13). Les résultats sont présentés dans le tableau (4.2). Les valeurs réelles sont présentées dans la première colonne. Nous remarquons que la comparaison avec les vraies valeurs de \mathcal{L} , représentées dans la deuxième colonne est assez bonne, même pour un moyennage sur 4 récepteurs.

Barre d'aluminium \ Longueur	Valeur réelle (m)	Valeur estimée (m)	Erreur relative (%)
Barre #1 (Fig. 4.4-a)	2	1,95	2,5
Barre #2 (Fig. 4.4-b)	1	0,925	7,5
Barre #3 (Fig. 4.4-c)	0,5	0,548	9,6

TABLE 4.2 – Résultats numériques obtenus après un moyennage des intégrales de Schroeder des signaux reçus sur 4 récepteurs. Estimation de la longueur \mathcal{L} des barres d'aluminium (voir la figure 4.4), et comparaison avec leurs valeurs réelles.

Nous avons montré dans cette section que le modèle statistique introduit au chapitre 2 pouvait être adapté facilement au cas unidimensionnel. Suivant le même principe que l'estimation de l'aire d'une plaque, une estimation de la longueur d'une barre est possible. Les tests numériques présentés ici ont permis de valider clairement le principe d'estimation de la longueur de la barre. Enfin, nous avons pu vérifier une fois de plus l'avantage apporté par la méthode de l'intégrale de Schroeder sur la méthode des enveloppes.

4.3 Caractérisation d'un défaut

Les méthodes ultrasonores sont largement utilisées dans l'industrie pour contrôler de manière non destructive les matériaux et les structures. Dans certains cas, les ondes de Lamb, c'est-à-dire les ondes élastiques guidées dans les structures de type plaque, sont une alternative à l'utilisation des ondes de volume. Elles permettent de contrôler rapidement une grande surface, soit pour caractériser un milieu sain, soit pour détecter des défauts dans celui-ci. Dans les cas classiques, seuls les paquets d'onde issus des trajets directs sont analysés pour détecter un éventuel défaut.

Dans la continuité des travaux présentés dans les chapitres précédents, nous allons aborder ici d'un point de vue théorique l'interaction des ondes guidées réverbérantes avec un défaut. Nous verrons que les moyennes d'ensemble peuvent être liées à certaines propriétés du défaut, telles que la directivité, la taille et la position du défaut dans la plaque.

4.3.1 Développement théorique

Soit une plaque d'aluminium contenant un défaut noté D (Figure 4.8-b), où S est la source principale de l'excitation sur la plaque. Ici encore, le signal émis est un signal de courte durée et filtré à bande étroite. Le défaut peut être assimilé à une source secondaire après excitation de la source primaire, émettant ainsi une réplique atténuée et déphasée du

signal principal et R est un récepteur qui enregistre le signal réverbéré. Nous supposons que le défaut ne rayonne pas d'une façon isotrope, mais essentiellement en transmission avec un angle d'ouverture θ_d (voir figure 4.8). Nous verrons que cette hypothèse est réaliste pour certains types de défauts.

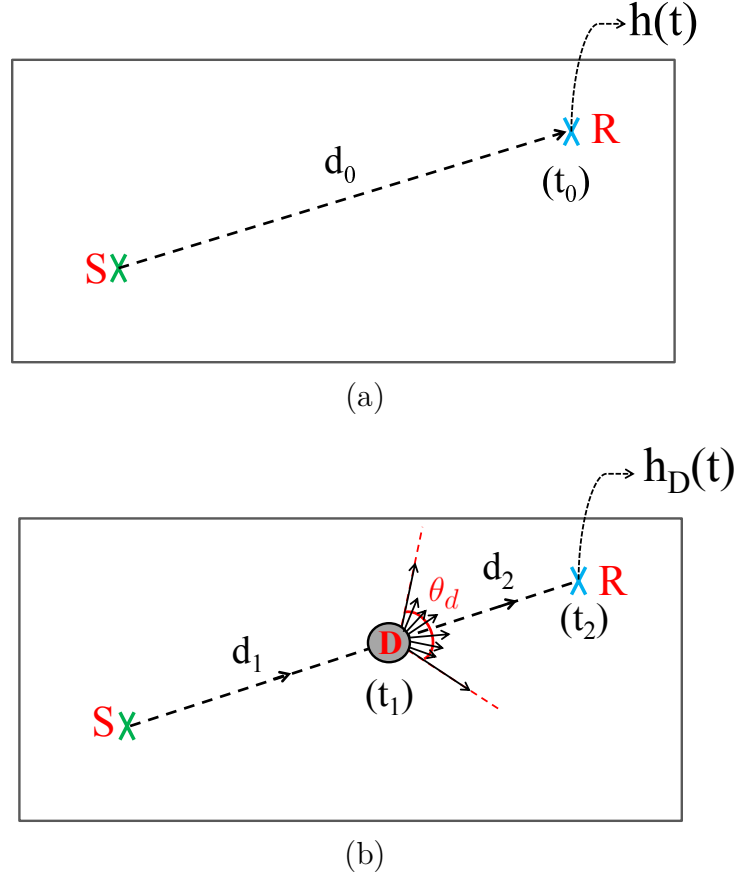


FIGURE 4.8 – Description de la configuration étudiée. (a) Plaque sans défaut. (b) Plaque avec défaut.

Quand un défaut apparaît dans le milieu (ici, dans la plaque), le signal émis d'un point source S et reçu par le récepteur R , noté $h_D(t)$ (Figure 4.8-b) peut alors s'écrire :

$$h_D(t) = h(t) + \Delta h(t), \quad (4.14)$$

où $h(t)$ est le signal reçu par le récepteur dans le cas d'une plaque sans défaut (Figure 4.8-a) et $\Delta h(t)$ est interprété physiquement comme la réponse du défaut.

Par souci de simplification, les relations théoriques sont développées dans cette section pour une propagation des ondes supposée purement non dispersive. Il est en effet possible de montrer que le résultat obtenu dans ce cas simplifié est identique à celui du calcul exact prenant en compte le caractère dispersif du mode de flexion (voir détails en Annexe B).

Nous considérons que la source secondaire (le défaut) est activée lorsqu'elle est atteinte par un paquet d'onde et à son tour se comporte comme une source secondaire émettant un signal de courte durée $s_0(t)$, proportionnel au signal arrivant sur le défaut. Nous supposons dans un premier temps que le défaut émet son signal à un instant $t = 0$. Celui-ci sera reçu par le récepteur R à $t = t_2$, qui correspond au temps du trajet direct défaut-récepteur d_2 . Donc le signal reçu par le récepteur R après un nombre élevé de réflexions sur les bords de la plaque est donné par l'équation suivante :

$$h_{d_0}(t) = \sum_{i(t_i \geq t_2)}^{+\infty} \kappa'_i B_i s_0(t - t_i) \quad \text{avec } t \geq 0, \quad (4.15)$$

où κ'_i est le nombre de paquets d'onde dans un intervalle Δt suffisamment petit pour avoir au plus un paquet dans chaque intervalle. Comme le défaut est une source secondaire, le signal réverbéré reçu par le récepteur peut en effet être décrit comme une superposition des paquets d'ondes issus du défaut initial et des images du défaut. Nous posons alors :

$$\kappa'_i = \xi_i \kappa_i, \quad (4.16)$$

avec ξ_i une variable aléatoire qui est égale à 1 si le récepteur est dans l'angle de rayonnement θ_d du défaut et 0 sinon. La figure 4.9 représente le défaut avec quatre image-défauts, chacune étant l'image par rapport à un des bords.

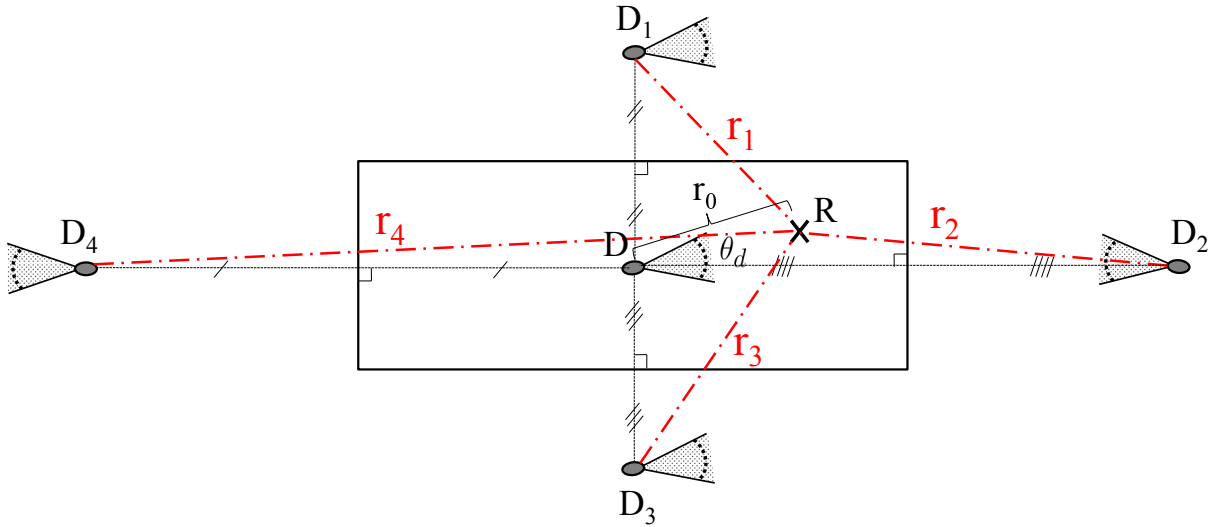


FIGURE 4.9 – Défaut considéré comme source secondaire avec ses images du 1^{er} ordre.

$B_i = B(t_i)$ est l'amplitude des paquets d'ondes reçus provenant des images du défaut

(Figure 4.9) et qui sont à une distance $r_i = v t_i$ du récepteur :

$$B(t_i) = \frac{K'}{\sqrt{t_i}} e^{-t_i/\tau}, \quad (4.17)$$

avec K' l'amplitude de l'excitation produite par le défaut.

Supposons maintenant qu'un paquet d'onde provenant d'une source principale (le point source S ou l'une de ses source-images) vient activer le défaut à un instant u (Figure 4.10).

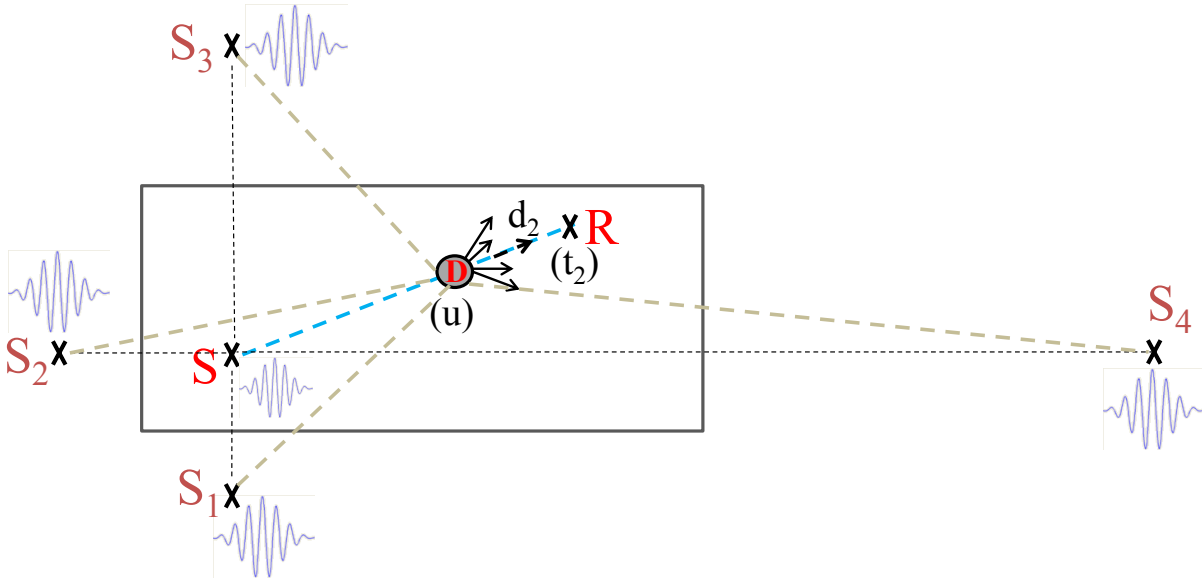


FIGURE 4.10 – Des paquets d'ondes provenant des sources principales (le point source S ou l'une de ses source-images).

Le signal $h_{du}(t)$ correspondant enregistré par le récepteur R est alors :

$$h_{du}(t) = h_{d0}(t - u) \text{ pour } t \geq u, \quad (4.18)$$

et donc

$$h_{du}(t) = \sum_{i(t_i > t_2)}^{+\infty} \kappa'_i B_i(u) s_0(t - t_i - u), \quad (4.19)$$

où t_2 est le temps de propagation du défaut au récepteur (distance d_2 , voir Figure 4.8) et $B_i(u)$ peut se mettre sous la forme suivante :

$$B_i(u) = \frac{K'(u)}{\sqrt{t_i}} e^{-t_i/\tau}. \quad (4.20)$$

L'amplitude d'excitation $K'(u)$ est supposée proportionnelle à l'amplitude du paquet d'onde

activant le défaut (comportement linéaire). Nous écrivons donc :

$$K'(u) = \frac{\alpha_d K}{\sqrt{u}} e^{-u/\tau}, \quad (4.21)$$

où K est une constante correspondant à l'amplitude de la source principale et α_d est un paramètre traduisant la réponse du défaut [10, 59] ($\alpha_d \leq 1$).

Le signal $h_{du}(t)$ peut donc être mis sous la forme suivante :

$$h_{du}(t) = \sum_{i=2 (t_i \geq t_2)}^{\infty} \kappa_i' \frac{\alpha_d K}{\sqrt{t_i u}} e^{-(t_i+u)/\tau} s_0(t - t_i - u). \quad (4.22)$$

Le défaut étant activé successivement par chacune des source-images, la réponse totale du défaut peut être écrite (partie réverbérante de la différence du signal) :

$$\Delta h^R(t) = \sum_{j (u_j \geq t_1)}^{\infty} \kappa_j h_{du_j}(t), \quad (4.23)$$

où κ_j est une variable aléatoire correspondant au nombre de source-images dans un intervalle $[u_j, u_j + \Delta u_j]$ et dont les propriétés statistiques dépendent comme au chapitre 2 de la distribution des source-images (voir équation 2.3). t_1 est le temps de propagation de la source principale au défaut (distance d_1 , voir Figure 4.8).

Pour étudier le comportement moyen statistique de la réponse du défaut, nous nous intéressons ici encore à l'espérance mathématique des enveloppes au carré. À partir de l'équation (4.23), l'enveloppe au carré de la réponse du défaut s'exprime :

$$\begin{aligned} |\Delta H^R(t)|^2 &= \left| \sum_{u_j \geq t_1}^{+\infty} \kappa_j H_{du_j}(t) \right|^2 \\ &= \sum_{j (u_j \geq t_1)}^{+\infty} \kappa_j^2 |H_{du_j}(t)|^2 + \sum_{j (u_j \geq t_1)}^{+\infty} \sum_{k (u_k \geq t_1)}^{+\infty} \kappa_j \kappa_k |H_{du_j}(t) H_{du_k}(t)|, \end{aligned} \quad (4.24)$$

avec H^R et H_{du} les signaux analytiques complexes de h^R et h_{du} , respectivement.

En introduisant l'équation (4.22), l'espérance mathématique de l'équation (4.24) peut donc s'écrire :

$$E [|\Delta H^R(t)|^2] = \sum_{j (u_j \geq t_1)}^{+\infty} \sum_{i (t_i \geq t_2)}^{+\infty} E [\kappa_j^2 \kappa_i'^2] \frac{\alpha_d^2 K^2}{t_i u_j} e^{-2 \left(\frac{t_i + u_j}{\tau} \right)} |S_0(t - u_j - t_i)|^2, \quad (4.25)$$

où $S_0(t)$ est le signal analytique du signal émis $s_0(t)$. Comme démontré au chapitre 2, les termes croisés de l'équation (4.25) sont nuls.

Rappelons que κ_j et κ'_i sont des variables aléatoires de valeurs 0 ou 1 que nous supposons indépendantes. Nous pouvons alors écrire :

$$E [\kappa_j^2 \kappa_i'^2] = E [\kappa_j \kappa_i'] = E [\kappa_j] E [\kappa_i'] . \quad (4.26)$$

Nous rappelons, comme mentionné dans la section 2.2.1 du chapitre 2, et en appliquant la condition de l'annexe B que $E [\kappa_j] = \lambda(u_j) \Delta u_j$ (Équation 2.3) avec $\lambda(u_j) \simeq \beta u_j$ et $\beta = \beta_d v_{g0}^2$.

D'autre part, d'après l'équation (4.16) :

$$E [\kappa_i'] = E [\xi \kappa_i] . \quad (4.27)$$

En supposant ξ et κ_i indépendantes, $E [\xi \kappa_i] = E [\xi] E [\kappa_i]$, nous pouvons écrire :

$$E [\kappa_i'] = \epsilon \lambda(t_i) \Delta t_i , \quad (4.28)$$

avec $\epsilon = E [\xi]$ la probabilité de trouver le récepteur dans l'angle de rayonnement θ_d du défaut (ou l'une de ses images), voir la figure 4.9. En supposant qu'au delà d'un certain ordre, les images sont à peu près uniformément réparties sur 2π , cette probabilité peut être estimée par :

$$\epsilon = \frac{\theta_d}{2\pi} . \quad (4.29)$$

En reportant les équations (4.26) et (4.28) dans la relation (4.25), nous obtenons :

$$E [|\Delta H^R(t)|^2] = \sum_{j(u_j \geq t_1)}^{+\infty} \sum_{i(t_i \geq t_2)}^{+\infty} \epsilon \beta^2 u_j t_i \frac{\alpha_d^2 K^2}{t_i u_j} e^{-2\left(\frac{t_i + u_j}{\tau}\right)} |S_0(t - u_j - t_i)|^2 \Delta t_i \Delta u_j . \quad (4.30)$$

Pour Δt_i et Δu_j choisis suffisamment petits, les sommes peuvent être assimilées à des intégrales :

$$E [|\Delta H^R(t)|^2] = \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 \int_{t_1}^{+\infty} \int_{t_2}^{t-u} e^{-2u/\tau} e^{-2q/\tau} |S_0(t - u - q)|^2 dq du . \quad (4.31)$$

Un changement de variable appliqué sur la variable q de l'équation (4.31) donne :

$$E \left[|\Delta H^R(t)|^2 \right] = \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 e^{-2t/\tau} \int_{t_1}^{+\infty} \int_0^{t-u-t_2} e^{2s/\tau} |S_0(s)|^2 ds du, \quad (4.32)$$

$|S_0(s)|$ étant non nul uniquement sur l'intervalle $[0, T]$, nous pouvons faire l'approximation suivante : $\int_0^{t-u-t_2} e^{2s/\tau} |S_0(s)|^2 ds \simeq \int_0^{t-u-t_2} |S_0(s)|^2 ds$, ainsi l'équation précédente se simplifie sous la forme suivante :

$$E \left[|\Delta H^R(t)|^2 \right] \simeq \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 e^{-2t/\tau} \int_{t_1}^{+\infty} \int_0^{t-u-t_2} |S_0(s)|^2 ds du. \quad (4.33)$$

Un changement de variable appliqué sur la deuxième intégrale de variable u permet d'écrire :

$$\begin{aligned} E \left[|\Delta H^R(t)|^2 \right] &\simeq \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 e^{-2t/\tau} \int_0^T |S_0(s)|^2 ds \int_{t_1}^{t-t_2-T} du \\ &\simeq \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 [t - t_1 - t_2 - T] e^{-2t/\tau} \int_0^T |S_0(s)|^2 ds, \end{aligned} \quad (4.34)$$

T étant petit par rapport à t , nous pouvons écrire $[t - t_1 - t_2 - T] \simeq [t - t_1 - t_2]$; ainsi l'équation (4.34) devient :

$$E \left[|\Delta H^R(t)|^2 \right] \simeq \alpha_d^2 \epsilon \beta^2 K^2 W^2 [t - t_1 - t_2] e^{-2t/\tau}, \quad (4.35)$$

avec $W^2 = \int_0^T |S_0(s)|^2 ds$ et $\beta = \beta_d v_{g0}^2$ où $\beta_d = 2\pi/\mathcal{S}$. En appliquant la condition $K^2 W^2 = D_s/v_{g0}$ (voir Annexe B), nous obtenons l'expression dispersive de l'équation (4.35) :

$$E \left[|\Delta H^R(t)|^2 \right] \simeq \alpha_d^2 \epsilon \beta_d^2 v_{g0}^2 D_s [v_{g0}t - d_1 - d_2] e^{-2t/\tau}, \quad (4.36)$$

où d_1 est la distance de la source principale S au défaut D et d_2 la distance entre le défaut D et le récepteur R (voir la figure 4.8). Ainsi nous remarquons que l'expression de l'équation (4.36) dépend des paramètres du défaut tels que directivité, position. De ce fait, cette relation pourrait être utilisée pour estimer certains de ces paramètres. Cette expression (Équation 4.36) reste valable pour $v_{g0}t \geq (d_1 + d_2)$.

Maintenant que nous avons détaillé le modèle théorique, une comparaison de ce modèle avec des résultats numériques sera présentée dans la sous-section suivante, afin de confirmer l'expression précédente (Équation 4.36).

4.3.2 Validation numérique

Dans ce paragraphe nous utilisons la méthode des éléments finis (logiciel Elmer) pour simuler la propagation de l'onde de flexion dans une plaque mince. Ici encore, nous modélisons des plaques d'aluminium de forme rectangulaire et d'épaisseur $e = 3$ mm. Deux états sont modélisés. Premièrement, nous considérons un état de référence (sans défaut) défini comme le cas où les propriétés des matériaux (le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la masse volumique ρ et de l'épaisseur e de la plaque) sont uniformes. Deuxièmement, un état de mesure avec un défaut simulé par une modification locale des propriétés du matériau. Dans l'exemple présenté le défaut est modélisé comme un trou circulaire non débouchant dans le matériau de rayon 2 cm et d'une profondeur de 1 mm. Dans ces deux cas, la taille des éléments du maillage est la même, le signal d'excitation est un cycle de sinusoïde d'une fréquence $f = 20$ kHz et les signaux récupérés par les récepteurs sont filtrés par cinq cycles de sinusoïdes pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale $f_0 = 10$ kHz avant d'être traités.

Extraction des paramètres pour tracer la courbe théorique

Afin de pouvoir tracer la courbe théorique de l'équation (4.36) et la comparer avec le cas numérique il est nécessaire de caractériser la directivité du défaut. Pour cela, nous modélisons une première configuration avec une distribution circulaire du récepteurs (Figure 4.11). Les

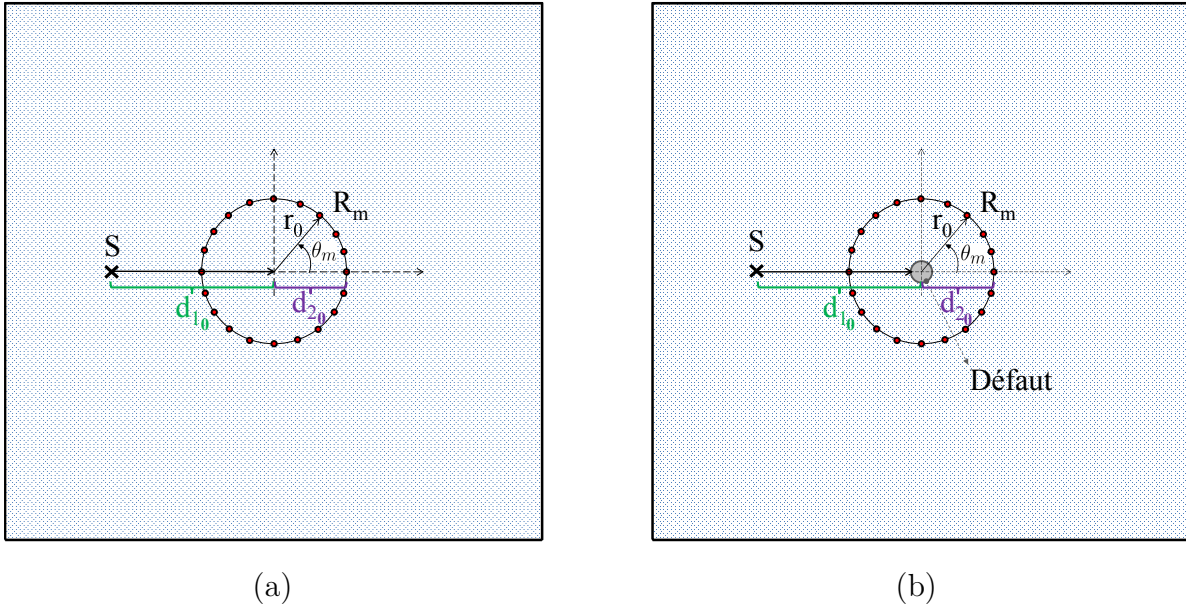


FIGURE 4.11 – Dispositif pour calculer la directivité d'un défaut. (a) Les signaux émis par S sont enregistrés par les récepteurs R_m dans le cas d'une plaque saine. (b) Les signaux émis par S sont enregistrés par les récepteurs R_m dans le cas d'une plaque avec défaut.

dimensions de la plaque sont choisies suffisamment grandes et la source suffisamment proche du défaut pour éviter les chevauchements des premiers paquets d'ondes avec les paquets réfléchis. Dans un premier temps, les signaux ont été prélevés au niveau de chaque récepteur pour une plaque saine (Figure 4.11-a). Dans un deuxième temps, un défaut a été modélisé au centre du cercle qui contient ces récepteurs et les signaux sont également enregistrés (Figure 4.11-b). Nous calculons alors Δh_m par différence entre les signaux avec et sans défaut, pour chacun de ces récepteurs R_m de coordonnées polaires (r_0, θ_m) (voir la figure 4.11).

Nous définissons la fonction de directivité du défaut $\alpha(\theta)$ comme l'amplitude $A_{\Delta h_m}$ du premier paquet d'onde des signaux différentiels $\Delta h_m(t)$, normalisée par l'amplitude A_{h_0} du paquet incident $h_0(t)$ (pour $\theta_m = 0$). Cette fonction de directivité est représentée pour le défaut simulé dans la figure 4.12. Nous avons pour ce défaut $\alpha_0 = \alpha(0) = 0,42$, qui correspond à la valeur maximale de la directivité.

D'après les équations (4.20) et (4.21), nous avons :

$$A_{\Delta h_m} = \alpha_d \frac{K}{\sqrt{t_{10} t_{20}}}, \quad (4.37)$$

et

$$A_{h_0} = \frac{K}{\sqrt{t_{10} + t_{20}}}. \quad (4.38)$$

Nous en déduisons la réponse du défaut α_d :

$$\alpha_d = \alpha_0 \sqrt{\frac{d_{10} d_{20}}{v_{g0} (d_{10} + d_{20})}}, \quad (4.39)$$

avec d_{10} et d_{20} les distances source-défaut et défaut-récepteur, respectivement (voir figure 4.11).

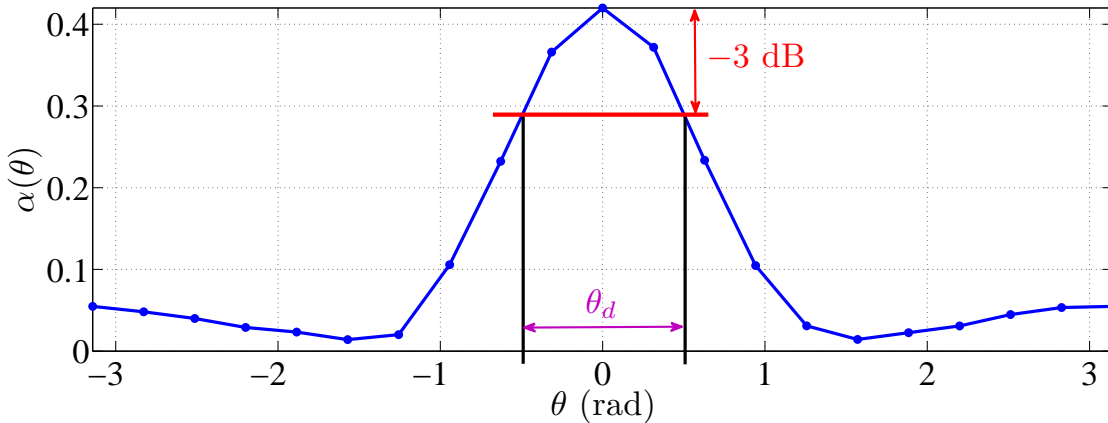


FIGURE 4.12 – Directivité du défaut de rayon 2 cm et de profondeur 1 mm.

L'angle d'ouverture θ_d du défaut, évoqué plus haut, peut être défini à partir d'un critère à -3 dB sur la fonction de directivité. Nous obtenons ici $\theta_d = 0,95$ rad (voir la figure 4.12), qui nous permettra d'obtenir la valeur de ϵ grâce à l'équation (4.29).

Maintenant que les paramètres α_d et ϵ intervenant dans l'équation (4.36) sont estimés pour ce défaut, nous simulons un cas réverbérant avec ce même défaut. Ceci a pour but de valider la relation (4.36).

Validation numérique

Ici nous modélisons une plaque à géométrie rectangulaire et de dimensions $1 \text{ m} \times 0,6 \text{ m}$ et d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$ (Figure 4.13). Le signal émis par le point S est 1 cycle de sinusoïde de fréquence 20 kHz . Le défaut présenté dans la figure 4.13-(b) est le même que celui pour lequel nous venons d'estimer les paramètres ϵ et α_d .

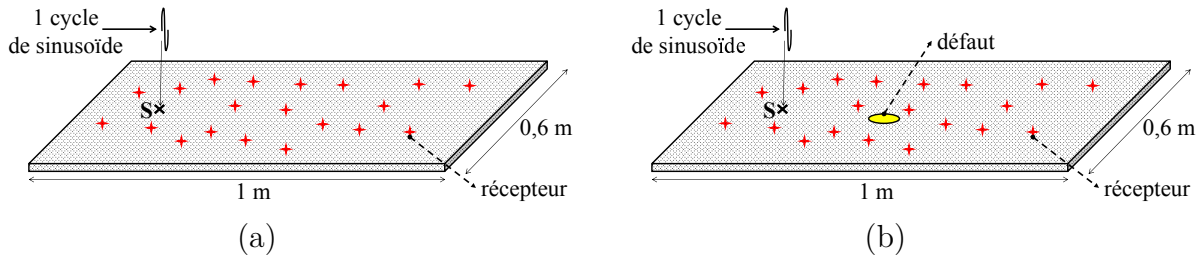


FIGURE 4.13 – Modélisation des plaques sans défaut (a) et avec défaut (b). Source d'excitation 1 cycle de sinusoïde, émise par un point S . Les étoiles rouges présentent les récepteurs aléatoirement repartis à la surface de la plaque. Le défaut est un trou de profondeur 1 mm et de rayon 2 cm .

Les signaux réverbérés sont récupérés sur 20 positions de réception, dans le cas d'état référence (Figure 4.13-a) et le cas avec défaut (Figure 4.13-b). Ils sont ensuite convolués par cinq cycles de sinusoïde pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence centrale $f_0 = 10 \text{ kHz}$ avant d'être traités. Puis, la différence $\Delta h_m(t)$ entre les signaux avec et sans défaut est calculée pour chacun des récepteurs R_m . La moyenne des enveloppes au carré des $\Delta h_m^R(t)$ est tracée sur la figure 4.14. L'espérance mathématique donnée par l'équation (4.36) est également tracée pour comparaison.

La courbe théorique en pointillées rouges et la courbe simulée en bleu (ligne complète) de la figure 4.14 sont en bon accord. Ces premiers résultats numériques sont prometteurs. Ils laissent en effet espérer l'extraction de paramètres caractérisant le défaut par simple ajustement de la courbe sur les signaux réverbérés différentiels.

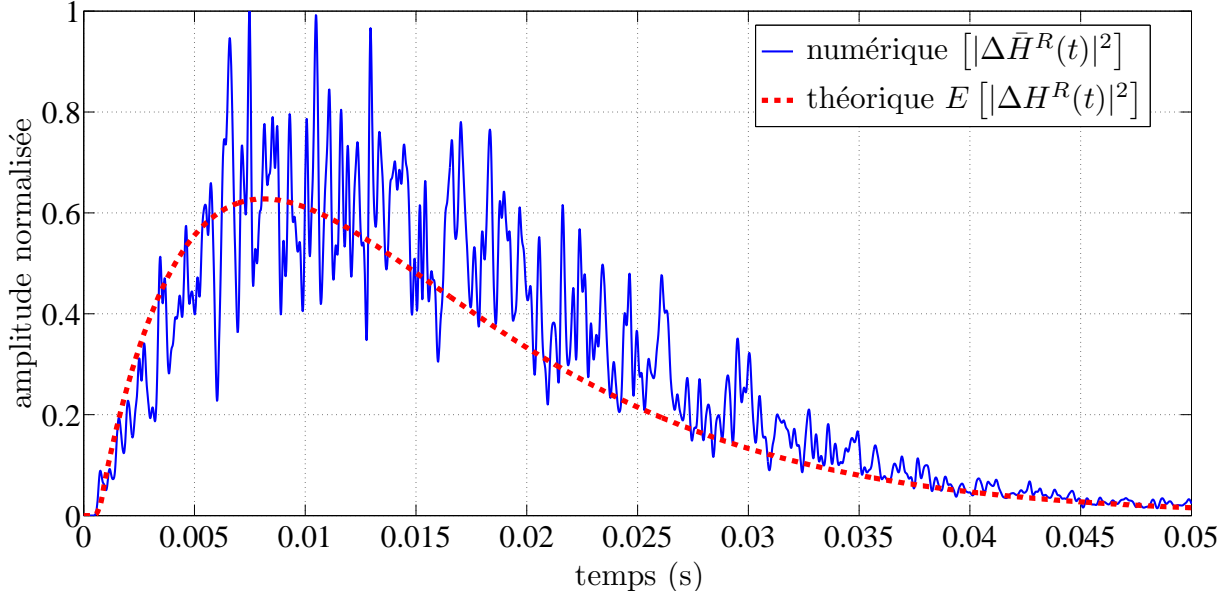


FIGURE 4.14 – Espérance mathématique des enveloppes au carré des différences des signaux réverbérés. La courbe numérique en bleu est simulée à partir de la moyenne de 20 réalisations.

4.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons abordé l'étude statistique des ondes acoustiques se propageant dans des structures unidimensionnelles (1D). Comme pour le cas 2D, nous avons obtenu des relations théoriques entre les paramètres du milieu (longueur, vitesse de propagation des ondes) et les caractéristiques moyennes de réverbération. Les résultats de comparaisons théoriques et numériques sont satisfaisants et nous avons montré la faisabilité de l'estimation de la longueur sans mesure géométrique.

Dans la deuxième partie, nous avons démontré que les caractéristiques de réverbération des ondes élastiques qui se propagent dans une structure 2D peuvent être utiles pour la caractérisation (éventuellement la localisation) d'un défaut. L'expression théorique de l'enveloppe moyenne des signaux différentiels (différence avec et sans défaut) est développée et justifiée à partir d'une approche numérique. Les résultats obtenus sont prometteurs.

Dans le chapitre suivant, dans une première partie, des études seront menées sur l'auto-corrélation des signaux réverbérés reçus par des récepteurs aléatoirement repartis à la surface d'une plaque, dans le but de caractériser la structure dans le cas où le signal d'excitation est un bruit continu. Dans la deuxième partie, des expressions théoriques sont développées pour élargir la zone de distribution des récepteurs sur une plaque, dans le but de pouvoir remonter au terme D_s (vu dans les chapitres 2 et 3) lié à l'énergie injectée par la source dans le milieu acoustique.

CHAPITRE 5

Corrélation du champ de réverbération : résultats théoriques et apports potentiels

5.1 Introduction

Les résultats présentés dans les chapitres précédents sont applicables uniquement dans le cas de sources impulsionnelles (hypothèse de durée courte de l'émission). D'autre part, la condition de séparation des paquets d'onde directs des réflexions est nécessaire pour les applications de localisation de source ou d'estimation d'aires et longueurs (détermination du terme énergétique D_s , voir chapitres 3 et 4). Dans le but de lever ces deux restrictions, il nous a paru intéressant de regarder ce que pouvaient apporter les corrélations des signaux de réverbération. L'intérêt de travailler avec les corrélations réside d'une part dans le fait qu'elles permettent de traiter une source de bruit comme une source impulsionnelle et d'autre part, qu'elles peuvent permettre une reconstruction passive des fonctions de Green.

Ainsi dans la première partie de ce chapitre, nous étudions théoriquement l'espérance mathématique des auto-corrélations au carré des signaux réverbérés. Ces relations théoriques seront comparées à la moyenne des auto-corrélations au carré des signaux reçus à partir d'un calcul numérique.

Dans la deuxième partie, nous nous intéressons à l'étude du terme énergétique D_s injecté par la source dans le milieu, vu dans le chapitre 2, mais cette fois-ci en fonction de la fonction de corrélation afin de surmonter les limitations induites par la nécessité de séparer le premier paquet d'onde.

5.2 Espérance mathématique des auto-corrélations au carré

Dans cette section, nous étudions théoriquement l'espérance mathématique des auto-corrélations au carré des signaux reçus par les récepteurs. Le but est, comme au chapitre 2, d'établir les relations entre le comportement moyen et les paramètres du milieu réverbérant. Même s'il ne s'agit ici que d'une première approche, le but ultime est d'extraire si possible un certain nombre d'informations sur ce milieu.

La figure 5.1 illustre le dispositif utilisé, avec des capteurs aléatoirement repartis à la surface de la plaque excitée par une force ponctuelle.

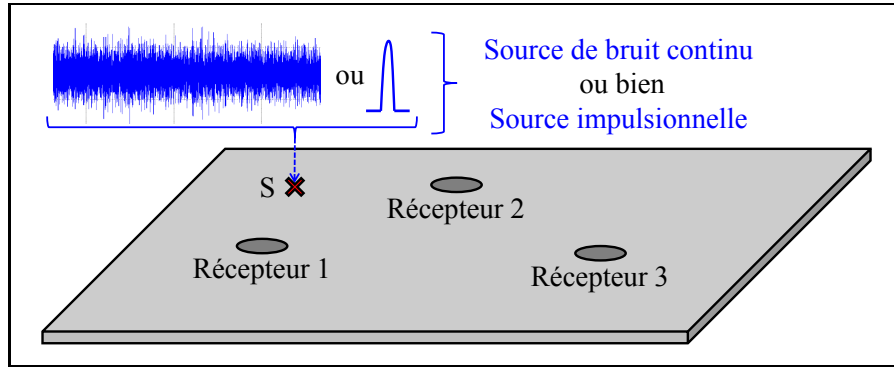


FIGURE 5.1 – Dispositif pour un cas de calcul d'auto-corrélation.

Dans le cas où le signal d'excitation est un bruit continu $n(t)$, l'auto-corrélation $\varphi_{hh}(t)$ du signal reçu $h(t)$ pour chaque point de réception est donnée par :

$$\varphi_{hh}(t) = h(-t) \otimes h(t) = G(-t) \otimes G(t) \otimes \varphi_{nn}(t), \quad (5.1)$$

où $\varphi_{nn}(t)$ est l'auto-corrélation du bruit, \otimes est le produit de convolution et $G(t)$ est la fonction de Green.

Dans le cas simple d'un bruit blanc, avec l'hypothèse d'ergodisme, l'auto-corrélation est une distribution de Dirac :

$$\varphi_{nn}(t) = R_{nn}(t) = \sigma^2 \delta(t). \quad (5.2)$$

Avec σ^2 la variance du bruit et $R_{nn}(t)$ l'auto-corrélation statistique du bruit. D'où $\varphi_{hh}(t)$ (Équation 5.1) ne dépend que de la fonction de transfert entre la source et le récepteur :

$$\varphi_{hh}(t) = \sigma^2 G(-t) \otimes G(t). \quad (5.3)$$

On voit donc que l'opération de corrélation des signaux de réverbération permet de se ramener à une situation similaire à un cas de source impulsionnelle.

5.2.1 Développement théorique

Soit un signal $s_0(t)$ (impulsionnel ou bruit) émis par un point source à la surface d'une plaque rectangulaire. Comme au chapitre 2, nous pouvons décomposer la fonction de Green entre la source et le récepteur en deux parties : une partie $G^D(t)$ correspondant au trajet direct et $G^R(t)$ à la partie réverbérante due aux réflexions multiples sur les bords de la plaque. Nous pouvons donc écrire :

$$h(t) = [G^D(t) + G^R(t)] \otimes s_0(t) = h^D(t) + h^R(t). \quad (5.4)$$

Comme dans la section 4.3 nous faisons le calcul dans le cas non-dispersif (Annexe B), nous posons donc :

$$h^D(t) = A(\tau_0) s_0(t - \tau_0), \quad (5.5)$$

et

$$h^R(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i A_i s_0(t - t_i), \quad (5.6)$$

avec $A(\tau_0)$ et $A_i = A(t_i)$ des termes d'amplitudes donnés par :

$$A(t) = \frac{K}{\sqrt{t}} e^{-t/\tau}, \quad (5.7)$$

où K est une constante correspondant à l'amplitude d'excitation. τ_0 est le temps du trajet direct source-récepteur. Divisons le temps en plusieurs intervalles de même longueur Δt , centrés en t_i . Comme précédemment, Δt est choisi suffisamment petit pour avoir au maximum 1 temps d'arrivée dans chaque intervalle. κ_i est le nombre de paquet d'onde (égal à 1 ou 0) dans un tel intervalle.

La fonction d'auto-corrélation $\varphi_{hh}(t)$ du signal reçu $h(t)$ est donnée par :

$$\varphi_{hh}(t) = \varphi_{h^D h^D}(t) + \varphi_{h^D h^R}(t) + \varphi_{h^R h^D}(t) + \varphi_{h^R h^R}(t). \quad (5.8)$$

En remplaçant $h^D(t)$ et $h^R(t)$ par leur formes données dans les équations (5.5) et (5.6), les quatre termes de $\varphi_{hh}(t)$ (Équation 5.8) deviennent :

$$\begin{aligned}\varphi_{h^D h^D}(t) &= h^D(t) \otimes h^D(-t) \\ &= A^2(\tau_0) \varphi_{s_0 s_0}(t),\end{aligned}\tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{h^D h^R}(t) &= h^D(t) \otimes h^R(-t) \\ &= A(\tau_0) \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i A_i \varphi_{s_0 s_0}(t + t_i - \tau_0),\end{aligned}\tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{h^R h^D}(t) &= h^R(t) \otimes h^D(-t) \\ &= A(\tau_0) \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i A_i \varphi_{s_0 s_0}(t + \tau_0 - t_i),\end{aligned}\tag{5.11}$$

et

$$\begin{aligned}\varphi_{h^R h^R}(t) &= h^R(t) \otimes h^R(-t) \\ &= \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{+\infty} \kappa_i \kappa_j A_i A_j \varphi_{s_0 s_0}(t + t_j - t_i),\end{aligned}\tag{5.12}$$

avec $\varphi_{s_0 s_0}(t)$ la fonction d'auto-corrélation du signal émis $s_0(t)$.

En négligeant ici encore les termes croisés (même type de traitement vu pour l'équation 2.26 I_2 , voir Annexe A), le carré de l'auto-corrélation est donné par :

$$\varphi_{hh}^2(t) = \varphi_{h^D h^D}^2(t) + \varphi_{h^D h^R}^2(t) + \varphi_{h^R h^D}^2(t) + \varphi_{h^R h^R}^2(t),\tag{5.13}$$

avec

$$\varphi_{h^D h^D}^2(t) = A^4(\tau_0) \varphi_{s_0 s_0}^2(t),\tag{5.14}$$

$$\varphi_{h^D h^R}^2(t) = A^2(\tau_0) \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i A_i^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + t_i - \tau_0),\tag{5.15}$$

$$\varphi_{h^R h^D}^2(t) = A^2(\tau_0) \sum_{i=1}^{+\infty} \kappa_i A_i^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + \tau_0 - t_i),\tag{5.16}$$

et

$$\varphi_{h^R h^R}^2(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{+\infty} \kappa_i \kappa_j A_i^2 A_j^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + t_j - t_i).\tag{5.17}$$

L'espérance mathématique de $\varphi_{hh}^2(t)$ est alors égale à :

$$\begin{aligned} E[\varphi_{hh}^2(t)] = & E[A^4(\tau_0)] \varphi_{s_0 s_0}^2(t) + E[A^2(\tau_0)] \sum_{i=1}^{+\infty} E[\kappa_i] A_i^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + t_i - \tau_0) \\ & + E[A^2(\tau_0)] \sum_{i=1}^{+\infty} E[\kappa_i] A_i^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + \tau_0 - t_i) + \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{+\infty} E[\kappa_i \kappa_j] A_i^2 A_j^2 \varphi_{s_0 s_0}^2(t + t_j - t_i). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Après passage en somme continue et en introduisant les relations (Équation 2.3) $E[\kappa_i] = \lambda(t_i) dt_i$, la relation précédente devient :

$$\begin{aligned} E[\varphi_{hh}^2(t)] \simeq & E[A^4(\tau_0)] \varphi_{s_0 s_0}^2(t) + E[A^2(\tau_0)] \int_0^{+\infty} \lambda(u) A^2(u) \varphi_{s_0 s_0}^2(t + u - \tau_0) du \\ & + E[A^2(\tau_0)] \int_0^{+\infty} \lambda(u) A^2(u) \varphi_{s_0 s_0}^2(t + \tau_0 - u) du \\ & + \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \lambda(u) \lambda(v) A^2(u) A^2(v) \varphi_{s_0 s_0}^2(t + u - v) du dv. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Nous remplaçons les termes $A(u)$ et $\lambda(u)$ par leurs expressions, donc l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} E[\varphi_{hh}^2(t)] \simeq & E[A^4(\tau_0)] \varphi_{s_0 s_0}^2(t) + E[A^2(\tau_0)] \beta K^2 \int_0^{+\infty} e^{-2u/\tau} \varphi_{s_0 s_0}^2(t + u - \tau_0) du \\ & + E[A^2(\tau_0)] \beta K^2 \int_0^{+\infty} e^{-2u/\tau} \varphi_{s_0 s_0}^2(t + \tau_0 - u) du \\ & + \beta^2 K^4 \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} e^{-2u/\tau} e^{-2v/\tau} \varphi_{s_0 s_0}^2(t + u - v) du dv. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Nous supposons que l'auto-corrélation du signal émis $s_0(t)$ est de durée finie $2T$ et de bande de fréquence étroite centrée à f_0 (moyennant éventuellement un filtrage passe-bande préalable).

$$\Phi_0^2 = \int_{-T}^T \varphi_{s_0 s_0}^2(t) dt. \quad (5.21)$$

Après avoir effectué les changements de variable adéquats et supposant $t \gg T$, l'équation (5.20) se met sous la forme suivante :

$$E[\varphi_{hh}^2(t)] \simeq E[A^4(\tau_0)] \varphi_{s_0 s_0}^2(t) + \left[E[A^2(\tau_0)] K^2 \beta \Phi_0^2 + \frac{\tau K^4}{4} \Phi_0^2 \beta^2 \right] e^{-2t/\tau}. \quad (5.22)$$

Les moyennes étant réalisées d'un point de vue pratique sur un nombre fini de capteurs, nous estimerons l'espérance $E[A^2(\tau_0)]$ à partir de la moyenne des inverses des distances entre la

source et les récepteurs, donnée par :

$$M_r = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{1}{r_m}, \quad (5.23)$$

où M est le nombre de capteurs repartis à la surface de la plaque.

Le second terme de l'équation (5.22) représente la partie réverbérante, qui après application de la condition de dispersion, $K^2 W^2 = D_s / v_{g0}$ (Annexe B), se met sous la forme :

$$E \left[\left[\varphi_{hh}^R(t) \right]^2 \right] \simeq A_c e^{-2t/\tau}, \quad (5.24)$$

avec

$$A_c = K_0 \left[M_r v_{g0} \beta_d + \frac{\tau}{4} v_{g0}^2 \beta_d^2 \right], \quad (5.25)$$

où $K_0 = B^4 \Phi_0^2$ est un terme lié à l'énergie injectée par la source dans le milieu. En appliquant l'égalité de Parseval il peut être également écrit :

$$K_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |B(\omega) s_0(\omega)|^4 d\omega. \quad (5.26)$$

La présence des termes M_r et β_d dans l'équation (5.25) montrent que les informations sur la position de source et l'aire de la plaque sont contenues dans la moyenne de la corrélation.

5.2.2 Validation numérique

Afin de valider le résultat théorique obtenu dans le paragraphe précédent (Équation 5.24), nous nous servons à nouveau des résultats du calcul numérique présenté dans la section 2.3 au chapitre 2. Il s'agit d'une plaque d'aluminium de dimensions $2\text{m} \times 1\text{m} \times 3\text{mm}$, pour une excitation en force normale par un signal d'un cycle de sinusoïde. Les signaux reçus sur les 28 récepteurs sont convolués par cinq cycles de sinusoïdes pondérés par une fenêtre de Hanning à une fréquence $f_0 = 15$ kHz. Enfin, la moyenne des auto-corrélations au carré de ces signaux est calculée et tracée sur la figure 5.2.

Par ailleurs, la courbe théorique donnée par l'équation (5.24) a été également tracée (rouge pointillées). Pour cela, le terme K_0 a été estimé à partir de l'équation (5.26) et l'expression de $B(\omega)$ donnée par l'équation (D.12) de l'annexe D. Nous observons un bon accord entre les deux courbes.

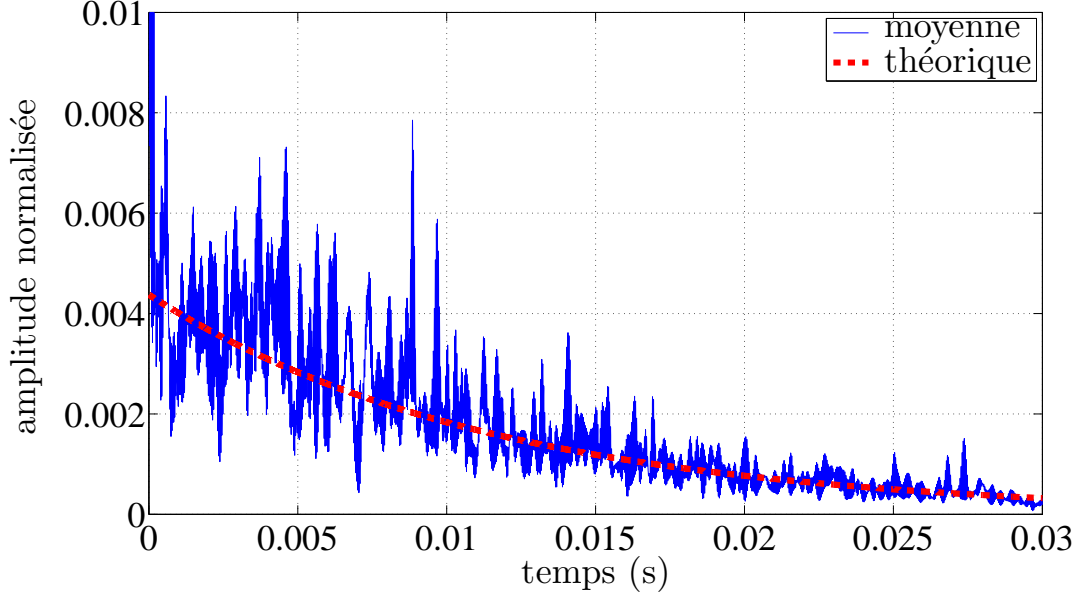


FIGURE 5.2 – Comparaison entre les courbes de la moyenne d’auto-corrélation au carré des signaux numériques (en bleu) et la courbe théorique (en pointillées rouges).

Ces résultats sont prometteurs et encourageants pour l’estimation des paramètres d’une plaque réverbérante, même pour une excitation par une source de bruit continu.

5.3 Calcul du terme énergétique D_s par reconstruction passive

Comme nous avons montré dans le chapitre 2 et 3 afin de pouvoir estimer un paramètre du milieu, il faut combiner les propriétés statistiques des codas avec le premier paquet d’onde reçu par un récepteur. Ce paquet, qui correspond à un trajet direct source-récepteur, permet de calculer le terme lié à l’énergie injectée par la source dans le milieu D_s (Équation 2.53) :

$$D_s \simeq 2 r_m I_m^D, \quad (5.27)$$

avec I_m^D défini par :

$$\begin{aligned} I_m^D &= \int_0^{+\infty} |h_{SR_m}^D(t)|^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{h}_{SR_m}^D(\omega)|^2 d\omega, \end{aligned} \quad (5.28)$$

où $h_{SR_m}^D(t)$ correspond au premier paquet d’onde reçu par l’un des récepteurs ($m^{\text{ème}}$ récepteur) et $\tilde{h}_{SR_m}^D(\omega)$ sa transformée de Fourier.

Pour des récepteurs loin de la source ou bien des excitations proches des bords de la plaque, l'estimation de I_m^D peut être erronée car les premières réflexions chevauchent le premier paquet d'onde. Pour éviter ce type d'erreur, la condition d'application de la méthode est détaillée dans la section 3.2.2. Cela limite la zone de répartition des récepteurs pour une position de source donnée.

Pour maximiser cette zone d'application, il est donc souhaitable de rapprocher le plus possible les capteurs de la source. À l'extrême, le positionnement d'un capteur sur l'emplacement même de la source constituerait une situation optimale. Or, les travaux concernant la corrélation de champs diffus (voir section 1.1) suggèrent qu'il est possible de se placer virtuellement dans cette situation. Dans le cas particulier des plaques, les résultats obtenus par L. Chehami [61] dans le cadre du projet ANR PASNI (collaboration entre notre laboratoire et l'Institut Langevin à Paris) montrent qu'une moyenne des fonctions d'auto-corrélation des signaux enregistrés sur une distribution aléatoire de récepteurs permet une estimation indirecte de la fonction de Green d'un point source vers lui-même.

Nous proposons donc dans la section suivante d'exprimer le terme D_s en fonction du signal $h_{SS}(t)$ enregistré sur la source elle-même. Puis dans un deuxième temps, nous utiliserons les résultats propres à la corrélation de champs évoqués ci-dessus afin d'en déduire une expression de D_s ne dépendant que des auto-corrélations des signaux recueillis par des récepteurs distribués aléatoirement sur la plaque.

5.3.1 Calcul de D_s en fonction du signal reçu sur la source

Afin de ne prendre en compte que les trajets directs dans le calcul de D_s , nous nous plaçons ici dans l'hypothèse d'une plaque infinie. Cette restriction sera levée dans la section suivante par l'application d'un fenêtrage temporel ne conservant que le premier paquet d'onde des auto-corrélations.

Dans le cadre de l'approximation de Kirchhoff-Love, la fonction de Green dans une plaque infinie pour une force normale en surface est donnée par [122] :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r_m^R, \omega) = \frac{-1}{8 D k^2} \left[Y_0(kr_m) + \frac{2}{\pi} K_0(kr_m) + j J_0(kr_m) \right], \quad (5.29)$$

avec r^S et r_m^R la position de la source et $m^{\text{ème}}$ position de récepteur, respectivement. k est le nombre d'onde, $D = E e^3 / 12(1 - \nu^2)$ est la rigidité en flexion, E est le module d'Young, e est l'épaisseur de la plaque et ν est le coefficient de Poisson. J_0 , Y_0 et K_0 sont les fonctions de Bessel de première, seconde et modifiée de seconde espèce, respectivement.

Au voisinage de $r_m \simeq 0$, les fonctions de Bessel ont les formes approchées suivantes :

$$J_0(kr_m) \approx 1, \quad (5.30)$$

$$Y_0(kr_m) \approx \frac{2}{\pi} \left[\ln \left(\frac{k r_m}{2} \right) + \gamma \right] \quad (5.31)$$

et

$$K_0(kr_m) \approx -\ln \left(\frac{k r_m}{2} \right) - \gamma, \quad (5.32)$$

où γ est la constante d'Euler-Mascheroni. En remplaçant les équations (5.30), (5.31) et (5.32) dans (5.29), nous obtenons :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r^S, \omega) = -\frac{j}{8 D k^2}. \quad (5.33)$$

Or, pour une distance r_m supérieure à quelques longueurs d'onde (champ lointain), la fonction de Green est donnée asymptotiquement par (voir détails au annexe D) :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r_m^R, \omega) \simeq \frac{-j}{8 D k^2} \frac{1}{\sqrt{\pi k r_m}} \left[(-1 - j) e^{-j k r_m} \right]. \quad (5.34)$$

D'après les équations (5.33) et (5.34), nous pouvons écrire :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r_m^R, \omega) \simeq \frac{-1 - j}{\sqrt{\pi k r_m}} \tilde{G}^\infty(r^S, r^S, \omega) e^{-j k r_m}, \quad (5.35)$$

et par la suite :

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{SR_m}^\infty(\omega) &\simeq \frac{(-1 - j)}{\sqrt{\pi k r_m}} e^{-j k r_m} \tilde{G}^\infty(r^S, r^S, \omega) \tilde{s}_0(\omega) \\ &\simeq \frac{(-1 - j)}{\sqrt{\pi k r_m}} \tilde{h}_{SS}^\infty(\omega) e^{-j k r_m}. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Notons $h_{SR_m0}^\infty$ et h_{SS0}^∞ les signaux obtenus après filtrage à bande-étroite de pulsation centrale ω_0 de $h_{SR_m}^\infty$ et h_{SS}^∞ , respectivement. Nous supposons que le nombre d'onde $k(\omega)$ varie lentement dans l'intervalle $[\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega]$. Nous avons alors :

$$\tilde{h}_{SR_m0}^\infty(\omega) \simeq \frac{(-1 - j)}{\sqrt{\pi k_0 r_m}} \tilde{h}_{SS0}^\infty(\omega) e^{-j k r_m}. \quad (5.37)$$

En introduisant l'équation (5.37) dans la relation du terme D_s (Équation 5.27), ceci devient :

$$D_s \simeq \frac{4}{\pi k_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \tilde{h}_{SS0}^\infty(\omega) \right|^2 d\omega. \quad (5.38)$$

5.3.2 Estimation de D_s par reconstruction passive de la fonction de Green

Considérons une source ponctuelle, placée en un point S , émettant un signal acoustique $s_0(t)$ (Figure 5.3). Nous noterons $h_{SR_m}(t)$ le signal reçu par le $m^{\text{ème}}$ récepteur et $h_{SS}(t)$ le signal reçu par la source même.

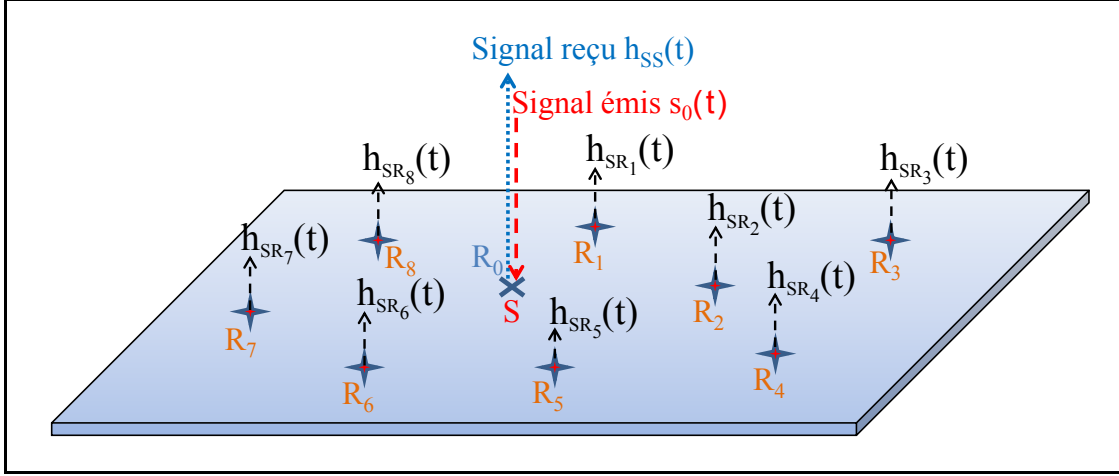


FIGURE 5.3 – Une plaque avec la source d’excitation et les récepteurs.

En pratique, la mesure du signal reçu sur la source elle-même n’est pas facile. Nous pouvons cependant en obtenir une estimation à partir de la somme (ou la moyenne) des auto-corrélations des signaux reçus sur des récepteurs arbitrairement repartis [61] :

$$C_{RR}(t) = \sum_{m=1}^M \varphi_{h_{SR_m}}(t). \quad (5.39)$$

Sa transformée de Fourier est liée à la fonction de Green de la source sur elle-même par la relation suivante [61] :

$$\tilde{C}_{RR}(\omega) \simeq 2j \tilde{f}(\omega) \operatorname{Im} [\tilde{G}(r^S, r^S, \omega)], \quad (5.40)$$

avec :

$$\tilde{f}(\omega) = j \frac{M \tau_a |\tilde{s}_0(\omega)|^2}{2 \mathcal{S} \rho e \omega}, \quad (5.41)$$

où \mathcal{S} est l’aire de la plaque, M est le nombre de récepteurs et τ_a est le temps caractéristique de réverbération ($\tau_a = \tau/2$), ρ est la masse volumique et e est l’épaisseur de la plaque.

Cette relation (Équation 5.40) peut encore s’écrire de la façon suivante :

$$\tilde{C}_{RR}(\omega) = \tilde{G}(r^S, r^S, \omega) \tilde{f}(\omega) + [\tilde{G}(r^S, r^S, \omega) \tilde{f}(\omega)]^*, \quad (5.42)$$

où, $*$ est le conjugué. La transformée de Fourier inverse de la somme d'auto-corrélation de l'équation (5.42) se met alors :

$$\begin{aligned} C_{RR}(t) &\simeq G(r^S, r^S, t) \otimes f(t) + G(r^S, r^S, -t) \otimes f(-t) \\ &\simeq (G(r^S, r^S) \otimes f)(t) + (G(r^S, r^S) \otimes f)(-t). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Autour de $t = 0$ (premier paquet d'onde), les deux termes sont non nuls et se superposent, donnant ainsi [61] :

$$C_{RR}(t) = 2 (G(r^S, r^S) \otimes f)(t) \text{ pour } -T_0 < t < T_0, \quad (5.44)$$

avec $2T_0$ la largeur du premier paquet (Figure 5.4).

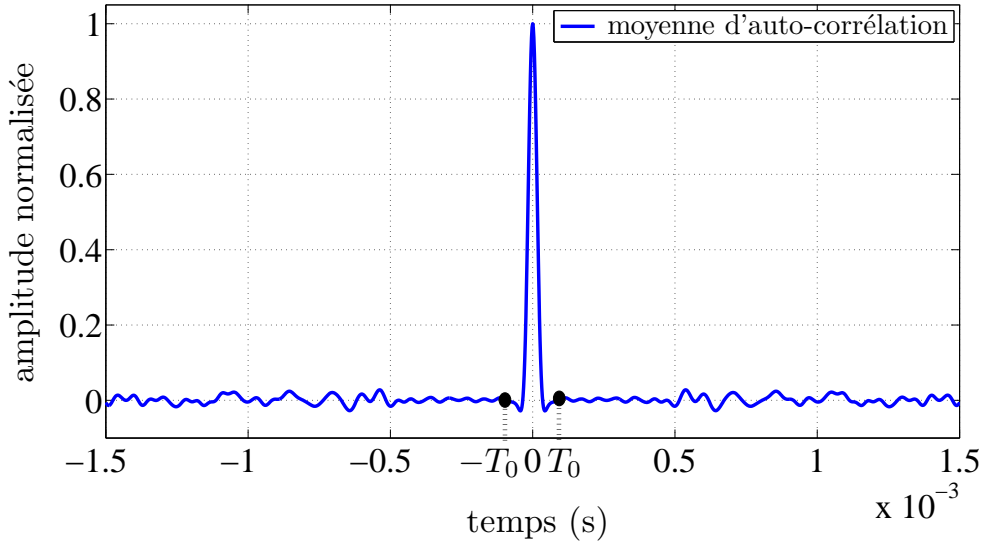


FIGURE 5.4 – Moyenne des auto-corrélations des signaux reçus par les récepteurs.

Si la source est suffisamment éloignée des bords pour qu'aucune réflexion ne vienne se superposer dans l'intervalle $[-T_0, T_0]$ (Figure 5.4), alors ce paquet d'onde centré en $t = 0$ est le même que pour une plaque infinie.

Notons $C_{RR}^{\text{coup}}(t)$ la version fenêtrée de $C_{RR}(t)$ (c'est à dire mise à zéro pour $|t| > T_0$). Par transformée de Fourier de l'équation (5.33), nous pouvons alors écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{RR}^{\text{coup}}(\omega) &\simeq 2 \tilde{G}^\infty(r^S, r^S, \omega) \tilde{f}(\omega) \\ &\simeq 2 \eta(\omega) \tilde{s}_0^*(\omega) \tilde{h}_{SS}^\infty(\omega), \end{aligned} \quad (5.45)$$

avec, $\eta(\omega) = j \frac{M \tau_a}{2 \rho e \mathcal{S} \omega}$ et $\tilde{h}_{SS}^\infty(\omega)$ représente le signal reçu sur la source elle-même qui peut donc être exprimé sous la forme suivante :

$$\tilde{h}_{SS}^\infty(\omega) = \frac{\tilde{C}_{RR}^{\text{coup}}(\omega)}{2 \eta(\omega) \tilde{s}_0^*(\omega)}. \quad (5.46)$$

Après un filtrage à bande-étroite à une fréquence centrale f_0 , ceci devient :

$$\tilde{h}_{SS0}^\infty(\omega) = \frac{\tilde{C}_{RR}^{\text{coup}}(\omega)}{2 \eta(\omega) \tilde{s}_0^*(\omega)} \tilde{s}_{filt_{\omega_0}}(\omega), \quad (5.47)$$

où $\tilde{s}_{filt_{\omega_0}}(\omega)$ est la transformée de Fourier du signal du filtrage et $\tilde{s}_0^*(\omega)$ est le conjugué de la transformée de Fourier du signal émis.

En introduisant cette relation dans l'équation (5.38), nous obtenons :

$$D_s = \frac{4 \rho^2 e^2 \mathcal{S}^2}{M^2 \pi k_0 \tau_a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \left| \frac{\tilde{C}_{RR}^{\text{coup}}(\omega)}{\tilde{s}_0^*(\omega)} \tilde{s}_{filt_{\omega_0}}(\omega) \right|^2 d\omega. \quad (5.48)$$

5.3.3 Validation numérique

De la même manière que précédemment, afin de valider le résultat théorique ci-dessus (Équation 5.47), nous simulons une plaque d'aluminium de dimensions $2\text{m} \times 1\text{m}$ et 3mm , qui est excitée par 1 cycle de sinusoïde à 20 kHz. Les mêmes conditions du calcul numérique qu'au chapitre 2 sont appliquées.

Nous représentons sur la figure 5.5 le premier paquet du signal $h_{SS0}(t)$ reçu par la source elle-même obtenu numériquement (courbe en pointillés noirs). La courbe en rouge représente le signal $h_{SS0}^\infty(t)$ reconstruit par le moyennage d'auto-corrélation des signaux reçus sur 20 récepteurs (Équation 5.47). Une bonne concordance est observée entre les deux.

Après avoir confirmé la bonne reconstruction du signal $h_{SS0}^\infty(t)$, nous l'utilisons pour estimer D_s de l'équation (5.48), qui permettra de tracer la courbe théorique d'espérance mathématique des enveloppes au carré donnée par l'équation (2.31) au chapitre 2. Cette courbe tracée en rouge dans la figure 5.6 est en excellent accord avec la courbe théorique estimée à partir du premier paquet d'onde (Équation (2.53) - pointillées noires) et la moyenne des enveloppes au carré des signaux numériques (en bleu).

Les résultats obtenus permettent de valider la possibilité d'estimer le terme D_s en fonction de la moyenne des auto-corrélations des signaux recueillis par des récepteurs aléatoirement

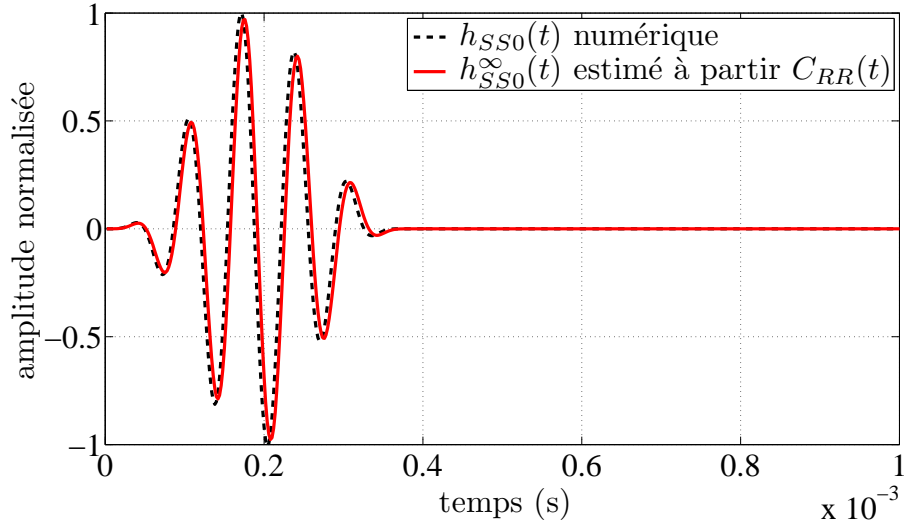


FIGURE 5.5 – Comparaison entre deux signaux reçus par la source elle-même. La courbe en pointillés noirs est le signal reçu $h_{SS0}(t)$ estimé numériquement. La courbe en rouge est le 1^{er} paquet du signal reçu par la source $h_{SS0}^{\infty}(t)$ estimé à partir de la somme des auto-corrélations.

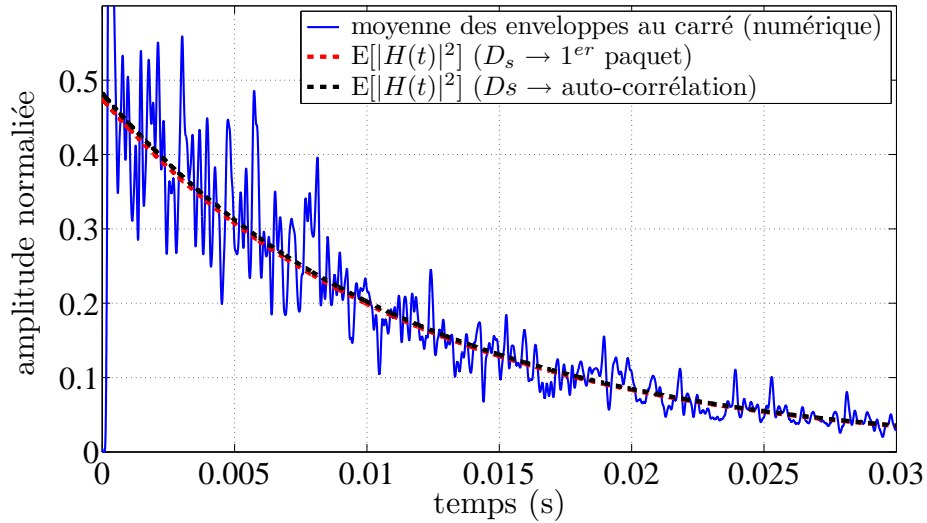


FIGURE 5.6 – Comparaison entre les enveloppes numériques et théoriques. La moyenne des enveloppes des signaux numériques visualisée par la courbe bleu. La courbe théorique en rouge pointillées représente la moyenne des enveloppes pour D_s calculé à partir du premier paquet d'onde et la courbe en noire pointillées pour D_s calculé à partir de la somme des corrélations (Équation 5.47).

répartis sur la surface. Ceci pourra nous permettre d'élargir la zone d'application vue dans les chapitres précédents.

5.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons développé une relation théorique qui relie l'espérance mathématique de l'auto-corrélation au carré des signaux réverbérés aux caractéristiques de la plaque. Cette relation reste valable même pour une source de bruit continu. Nous avons montré également que la comparaison entre la théorie et les résultats numériques est prometteuse et laisse en effet espérer l'extraction des paramètres du milieu réverbérant par simple ajustement de la courbe.

Dans la seconde partie du chapitre, des relations théoriques sont développées pour recalculer le terme D_s lié à l'énergie émise par la source dans le milieu, de façon indépendante de la répartition des récepteurs. Ainsi, la relation développée permet d'estimer D_s à partir de la somme des auto-corrélations des signaux enregistrés au niveau des récepteurs.

Ces résultats sont prometteurs et pourraient à l'avenir être utiles non seulement pour caractériser une plaque ou localiser une source dans le cas d'une excitation par un bruit continu, mais aussi pour élargir la zone d'application.

Conclusion et perspectives

Ce travail de recherche était consacré à l'étude théorique, numérique et expérimentale de la propagation des ondes élastiques guidées dans un milieu réverbérant. Nous avons étudié ces ondes pour des applications de contrôle-santé ou de caractérisation des structures. Plus spécifiquement, la motivation de ces travaux était d'exploiter les signaux diffus de longues durées dans toute leur complexité afin d'extraire le maximum d'informations disponibles sur les propriétés du milieu.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté un bref état de l'art sur la réverbération et les modèles classiques. Nous avons expliqué comment un comportement d'ensemble émergeait à partir des réflexions multiples dans un espace clos. Ce comportement peut être relié aux propriétés du milieu grâce à une description statistique. L'exemple particulier de l'acoustique des salles, où l'étude de la réverbération est courante, a fourni un argument en faveur de la pertinence des recherches menées au cours de cette thèse.

Dans le chapitre deux nous avons développé un modèle statistique pour caractériser le comportement des ondes réverbérées dans une plaque. Ce modèle nous a permis d'obtenir les expressions théoriques des espérances mathématiques des enveloppes au carré et des intégrales de Schroeder des signaux reçus après réverbération. Puis des résultats numériques et expérimentaux ont validé la théorie et nous avons montré qu'un ajustement de courbe permettait d'estimer quelques paramètres caractéristiques du milieu à partir de moyennes d'ensembles expérimentales.

Au chapitre trois, nous avons présenté deux applications possibles originales des résultats mentionnés ci-dessus. En effet, en combinant les données extraites des moyennes de réverbération et les caractéristiques des premiers paquets d'onde, nous avons montré qu'il était possible de localiser une source impulsionnelle dans un milieu réverbérant en utilisant un minimum théorique de trois capteurs (alors que quatre sont nécessaires pour une localisation sans ambiguïté avec les méthodes classiques basées sur les temps de vol ou l'énergie). Les conditions d'application de la méthode et plusieurs exemples numériques et expérimentaux de localisation ont été présentés. Lorsque la position de source est connue, le même principe peut être utilisé pour estimer cette fois l'aire de la plaque. Des résultats concluants de mesure

d'aire ont été présentés sur des plaques métalliques libres ou des vitres encastrées (fenêtres).

Le modèle du chapitre deux est ensuite étendu, dans le chapitre quatre au cas des structures unidimensionnelles (barres), pour lesquelles nous avons déduit une méthode d'estimation de longueur. Nous avons également dérivé une relation théorique qui relie les caractéristiques de réverbération statistique et les propriétés d'un défaut dans une plaque.

Dans le dernier chapitre, nous avons montré que les moyennes sur les corrélations du champ réverbérant pourraient être utiles non seulement pour estimer les paramètres du milieu réverbérant ou localiser une source dans le cas d'une excitation par un bruit continu, mais aussi pour élargir la zone d'application de la méthode.

Les travaux présentés dans cette thèse ont abouti à des résultats intéressants et à notre avis très originaux sur la possibilité d'extraire des informations sur le milieu à partir des codas de réverbération. Les informations liées aux propriétés de réverbération sont essentiellement globales, puisque traduisant la propagation dans l'ensemble du milieu. Mais dans la mesure où une propriété locale peut avoir des répercussions sur le comportement d'ensemble, il n'est pas exclu de pouvoir remonter à cette propriété. Ainsi, la localisation de source ou la caractérisation d'un défaut à partir des codas s'inscrivent dans ce cadre (l'une a été clairement démontrée et commentée au cours de ce travail, l'autre a été simplement ébauchée et méritera certainement d'être approfondie).

Les méthodes proposées peuvent être considérées comme étant éventuellement complémentaires aux techniques classiques de CND. Elles se caractérisent par une relative simplicité en terme de traitements et une absence totale de mesure temporelle. En particulier, il n'est pas nécessaire de disposer d'une horloge d'échantillonnage commune entre les capteurs. Ainsi, une implémentation possible sous forme d'un réseau de capteurs embarquant peu de ressources et à faible consommation d'énergie est envisageable.

Ces travaux ont donné lieu à deux publications dans des revues internationales avec comité de lecture [123, 124] et une troisième publication sur la mesure de surface, ainsi qu'un brevet sont en cours de préparation. On notera également un certain nombre de communications avec actes [103, 110, 125, 126].

Différentes perspectives sont à envisager à ce travail de recherche. Tout d'abord, le fait qu'un unique mode soit considéré est une hypothèse restrictive du modèle. En effet, même si nous avons toujours pu faire en sorte de nous ramener au cas d'un seul mode dominant dans les expérimentations présentées, il n'en sera sans doute pas toujours de même dans des situations plus générales. L'applicabilité de la méthode pour une propagation réverbérante multi-modale (au minimum A_0 et S_0 simultanés) est donc une question importante pour la suite.

Par ailleurs, pour des raisons de simplification, nous avons étudié ici les réverbérations des plaques isotropes de géométrie simple. Il serait intéressant de pouvoir généraliser l'étude du comportement des ondes réverbérées dans le cas de structures anisotropes, multicouches, ou encore lorsqu'un couplage existe entre deux ou plusieurs domaines réverbérants (par exemple plaques avec raidisseur ou éléments assemblés, ...). Afin d'aller plus loin sur l'intérêt pratique des méthodes proposées, il serait également important de quantifier plus précisément l'influence des conditions expérimentales telles que le temps de réverbération, le rapport signal sur bruit des mesures, etc. sur les résultats d'estimation des paramètres.

Enfin, le travail réalisé sur l'influence d'un défaut localisé sur les propriétés des signaux réverbérés n'est qu'une première étape. La question qui se pose dès lors est de savoir si (et surtout concrètement comment) les relations obtenues pourraient être utilisées pour extraire des caractéristiques intéressantes sur le défaut (telles que les caractéristiques de diffusion, la position, etc.). De même, les résultats prometteurs obtenus sur le comportement moyen des fonctions de corrélation devront être poursuivis afin de mieux mettre en évidence leur intérêt pratique. Nous pouvons citer notamment la possibilité de localiser une source de bruit continu qui apparaît être une éventualité envisageable, mais reste pour l'heure à démontrer clairement.

ANNEXE A

Calculs des intégrales I_1 et I_2

À partir de l'équation (2.15) du chapitre 2, l'espérance mathématique des enveloppes au carré des signaux réverbérés est donnée par :

$$E \left[|H^R(t)|^2 \right] = \lambda(r_t) a^2(r_t) \alpha_0^{2N_R(r_t)} e^{-2\gamma_0 r_t} E[I_1] + \lambda^2(r_t) a^2(r_t) \alpha_0^{2N_R(r_t)} e^{-2\gamma_0 r_t} E[I_2] . \quad (\text{A.1})$$

Nous calculons ces deux intégrales I_1 et I_2 dans la suite, en utilisant la transformée de Fourier spatiale du signal analytique $S_{Rp}(r, t)$. $S_{Rp}(r, t)$ existe que pour $r > 0$. Appliquant le théorème de Parseval, la première intégrale I_1 peut s'exprimer :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} |S_{Rp}(r, t)|^2 dr = \int_0^{+\infty} |\tilde{S}_{Rp}(k, t)|^2 dk , \quad (\text{A.2})$$

et la deuxième intégrale I_2 peut être simplement mise sous la forme :

$$I_2 = \sqrt{2\pi} \tilde{S}_{Rp}(0, t) . \quad (\text{A.3})$$

D'après la propriété de la transformée d'Hilbert $\tilde{S}_{Rp}(r, \omega) = [1 + \text{signe}(\omega)] \tilde{s}_{Rp}(r, \omega)$, la transformée de Fourier inverse du signal propagatif sera donnée par :

$$S_{Rp}(r, t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{j(\varphi(\omega) - k_d(\omega)r)} e^{j\omega t} d\omega . \quad (\text{A.4})$$

En introduisant l'équation (A.4) dans (2.25), nous obtenons :

$$\tilde{S}_{Rp}(k, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{j(\varphi(\omega) - k_d(\omega)r)} e^{j\omega t} e^{jkr} d\omega dr . \quad (\text{A.5})$$

Ainsi l'intégration sur r , $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jk_d(\omega)r} e^{jkr} dr$, peut être identifiée comme la transformée de Fourier spatiale de $e^{-jk_d(\omega)r}$, qui correspond tout simplement à une distribution de Dirac centrée sur $k = k_d(\omega)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jk_d(\omega)r} e^{jkr} dr = 2\pi \delta[k - k_d(\omega)] , \quad (\text{A.6})$$

et en remplaçant l'équation (A.6) dans (A.5), nous obtenons l'équation suivante :

$$\tilde{S}_{Rp}(k, t) = 2 \int_0^{+\infty} B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) \delta(k - k_d(\omega)) e^{j\varphi(\omega)} e^{j\omega t} d\omega . \quad (\text{A.7})$$

Une intégration par changement de variable, tel que $\chi = k_d(\omega)$ et supposant que la fonction $k_d(\omega)$ est une fonction bijective dérivable $((gof)' = (g'of).f')$ donc :

$$\begin{aligned} d\chi &= k'_d(\omega) d\omega \text{ avec } \omega = k_d^{-1}(\chi) , \\ \implies d\omega &= \frac{d\chi}{k'_d[k_d^{-1}(\chi)]} . \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Après le changement de variable, l'équation (A.7) est mis sous la forme suivante :

$$\tilde{S}_{Rp}(k, t) = 2 \int_0^{+\infty} B[k_d^{-1}(\chi)] \tilde{s}_0[k_d^{-1}(\chi)] \delta(k - \chi) e^{j\varphi(k_d^{-1}(\chi))} e^{jk_d^{-1}(\chi)t} \frac{d\chi}{k'_d[k_d^{-1}(\chi)]} , \quad (\text{A.9})$$

où, k_d^{-1} et k'_d sont respectivement l'inverse et la dérivée de la fonction $k_d(\omega)$. Nous remarquons que l'intégrale de l'équation (A.9) correspond à une convolution avec une distribution de Dirac δ . Ainsi la relation précédente devient :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{Rp}(k, t) &= 2 \left[B[k_d^{-1}(k)] \tilde{s}_0[k_d^{-1}(k)] e^{j\varphi(k_d^{-1}(k))} e^{jk_d^{-1}(k)t} \frac{1}{k'_d[k_d^{-1}(k)]} \right] \otimes [\delta(k)] , \\ &= 2 B[k_d^{-1}(k)] \tilde{s}_0[k_d^{-1}(k)] e^{j\varphi(k_d^{-1}(k))} e^{jk_d^{-1}(k)t} \frac{1}{k'_d[k_d^{-1}(k)]} , \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

où \otimes est le produit de convolution et où l'inverse de $k'_d(\omega)$ représente la vitesse de groupe $v_g(\omega)$:

$$v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk_d} = \frac{1}{k'_d(\omega)} , \quad (\text{A.11})$$

remplaçons ω par $k_d^{-1}(k)$ dans l'équation (A.11), celle-ci devient :

$$v_g \left[k_d^{-1}(k) \right] = \frac{1}{k'_d \left[k_d^{-1}(k) \right]}. \quad (\text{A.12})$$

Ainsi la transformée de Fourier spatiale du signal propagatif s'écrit sous la forme :

$$\tilde{S}_{Rp}(k, t) = 2 v_g \left[k_d^{-1}(k) \right] B \left[k_d^{-1}(k) \right] \tilde{s}_0 \left[k_d^{-1}(k) \right] e^{j\varphi(k_d^{-1}(k))} e^{jk_d^{-1}(k)t}. \quad (\text{A.13})$$

Dans la littérature des modes de Lamb, l'annulation de nombre d'onde à une fréquence nulle pour les modes fondamentaux (ici A_0 et S_0) est une propriété bien connue. Alors, pour $k = 0$, $k_d^{-1}(0) = 0$ et supposant que le signal d'excitation $s_0(t)$ n'a pas de composante continue (en $f = 0$), la transformée de Fourier de celui-ci est nul. Donc pour $\tilde{s}_0(0) = 0$, la deuxième intégrale I_2 de la relation du moyennage des enveloppes au carré des signaux (eq. 2.24) est nulle :

$$\begin{aligned} I_2 &= 2\sqrt{2\pi} B \left[k_d^{-1}(0) \right] \tilde{s}_0 \left[k_d^{-1}(0) \right] e^{j\varphi(k_d^{-1}(0))} e^{jk_d^{-1}(0)t} v_g \left[k_d^{-1}(0) \right] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Par ailleurs, en introduisant l'équation (A.13) dans (A.2) et effectuant un changement de variable $\omega = k_d^{-1}(k)$, la première intégrale I_1 de l'équation (2.24) s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{+\infty} \left| \tilde{S}_{Rp}(k, t) \right|^2 dk \\ &= 4 \int_0^{+\infty} v_g^2(\omega) |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2 dk. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Pour $dk = d\omega/v_g(\omega)$, la relation précédente devient :

$$\begin{aligned} I_2 &= 0, \\ \text{et} \\ I_1 &= 4 \int_0^{+\infty} v_g(\omega) |B(\omega) \tilde{s}_0(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

ANNEXE B

Remarque sur l'effet de la dispersion

Dans le cas d'une excitation à bande relativement étroite (typiquement, 3 à 10 cycles de sinusoïde fenêtrés par Hanning), nous avons constaté que le calcul de A en négligeant l'effet de la dispersion (c'est à dire en utilisant les relations 2.34 et 2.36) donnait une très bonne estimation de l'enveloppe moyenne de réverbération. La raison fondamentale est que pour une distance de propagation donnée, l'énergie du paquet d'onde est indépendante du fait que la propagation soit dispersive ou non.

Dans une première publication où intervenaient les enveloppes de réverbération [11], un calcul était mené dans le cas d'une approximation purement non-dispersive (aucune déformation des paquets d'onde au cours de la propagation). L'expression prise comme point de départ du signal reçu après propagation sur une distance r_0 correspondant à un temps de propagation $\tau_0 = r_0/v_{g_0}$ était :

$$h^D(t) = A(\tau_0) s_0(t - \tau_0), \quad (\text{B.1})$$

avec

$$A(t) = \frac{K}{\sqrt{t}} e^{-t/\tau}, \quad (\text{B.2})$$

où K est une constante correspondant à l'amplitude d'excitation et τ est un terme lié au temps de réverbération.

Pour une distance inférieure aux dimensions de la plaque (atténuation non prise en compte), le signal analytique $H^D(t)$ correspondant s'exprime alors

$$H^D(t) = \frac{K}{\sqrt{\tau_0}} S_0(t - \tau_0). \quad (\text{B.3})$$

L'énergie de l'enveloppe de ce paquet d'onde est donnée :

$$\int_0^{+\infty} |H^D(t)|^2 dt = \frac{K^2}{\tau_0} W^2. \quad (\text{B.4})$$

Ainsi, l'énergie du premier paquet d'onde est donc

$$I_0^D = \int_0^{+\infty} |h^D(t)|^2 dt = \frac{K^2}{2\tau_0} W^2, \quad (\text{B.5})$$

où, I_0^D est l'énergie du premier paquet d'onde reçu par un récepteur à une distance r_0 de la source (cas particulier de I_m^D , équation 2.53), avec

$$W^2 = \int_0^{+\infty} |S_0(t)|^2 dt. \quad (\text{B.6})$$

Ceci donne encore :

$$I_0^D = \frac{v_{g0} K^2 W^2}{2 r_0}. \quad (\text{B.7})$$

Or, dans le cas du calcul avec prise en compte du caractère dispersif de la propagation, nous obtenons pour I_0^D :

$$I_0^D = \frac{D_s}{2 r_0}. \quad (\text{B.8})$$

En identifiant ces deux expressions, nous obtenons la condition

$$K^2 W^2 = \frac{D_s}{v_{g0}}. \quad (\text{B.9})$$

En conséquence, le calcul de l'espérance des enveloppes au carré effectué en approximation purement non-dispersive à partir des équations (B.1) et (B.2) est valable (du moins au premier ordre), à condition d'appliquer la condition de l'équation (B.9).

Nous vérifions aisément cette affirmation. Le résultat du calcul non-dispersif est en effet [11] :

$$E[|H^R(t)|^2] = K^2 W^2 \beta e^{-2t/\tau} \quad (\text{B.10})$$

avec $\beta = 2\pi v_{g0}^2 / \mathcal{S}$.

En appliquant la condition (B.9), ceci donne bien

$$E \left[|H^R(t)|^2 \right] \simeq A e^{-2t/\tau}, \quad (\text{B.11})$$

avec A tel que donné dans l'équation (2.36).

Ce calcul non-dispersif sera utile surtout dans les chapitres 4 et 5 afin de faciliter la manipulation des relations analytiques complexes.

ANNEXE C

Calcul d'enveloppe et d'énergie des signaux, structure 1D

C.1 Espérance mathématique de l'enveloppe au carré

En introduisant l'équation (4.6) dans (4.5), cette dernière peut se mettre sous la forme suivante :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] = \int_0^{+\infty} \lambda_1(r) e^{-2\gamma'_0 r} |S_{1Rp}(r, t)|^2 dr, \quad (C.1)$$

où $S_{1Rp}(r, t)$ est le signal analytique de $s_{1Rp}(r, t)$. La valeur de $S_{1Rp}(r, t)$ est différente de zéro uniquement pour des valeurs de r à l'intérieur d'un intervalle étroit autour de $r_t = v_{g0}t$ (voir figure 4.2). Sur cet intervalle $\lambda_1(r)$ et $e^{-2\gamma'_0 r}$ sont supposés constants et en remplaçant $\lambda_1(r)$ par sa valeur, l'équation (C.1) devient alors :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] \simeq \frac{2}{\mathcal{L}} e^{-2t/\tau_1} \int_0^{+\infty} |S_{1Rp}(r, t)|^2 dr. \quad (C.2)$$

τ_1 est un terme lié au temps de réverbération. Le théorème du Parseval nous permettra d'écrire l'équation précédente sous la forme suivante :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] \simeq \frac{2}{\mathcal{L}} e^{-2t/\tau_1} \int_0^{+\infty} |\tilde{S}_{1Rp}(k, t)|^2 dk. \quad (C.3)$$

L'intégrale de l'équation précédente correspond au terme $I_1 = \int_0^{+\infty} |\tilde{S}_{Rp}(k, t)|^2 dk$ du chapitre 2, qui est détaillée dans l'annexe A (Équation A.16) :

$$\int_0^{+\infty} |\tilde{S}_{1Rp}(k, t)|^2 dk = \int_0^{+\infty} v_g(\omega) \left| B(\omega) \tilde{S}_0(\omega) \right|^2 d\omega, \quad (C.4)$$

avec $\tilde{S}_0(\omega)$ le signal analytique de $\tilde{s}_0(\omega)$. En introduisant l'équation (C.4) dans (C.3), cela devient :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] \simeq \frac{2}{\mathcal{L}} e^{-2t/\tau_1} \int_0^{+\infty} v_g(\omega) |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega, \quad (\text{C.5})$$

en supposant que $v_g(\omega)$ ne varie que légèrement dans cette bande de fréquences étroite, nous pouvons la considérer constante et l'équation (C.5) devient :

$$E \left[|U^R(t)|^2 \right] \simeq A_1 e^{-2t/\tau_1}, \quad (\text{C.6})$$

avec

$$A_1 = \frac{2 v_{g0}}{\mathcal{L}} D_{1s}, \quad (\text{C.7})$$

où

$$D_{1s} = \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega. \quad (\text{C.8})$$

C.2 Estimation de D_{1s} à partir du trajet direct

Le terme D_{1s} peut être estimé à partir du signal $u^D(t) = s(r_0, t)$ correspondant au trajet direct de la source vers le récepteur, à condition que ce signal direct ne se chevauche pas avec les premières réflexions. Ceci sera valable pour une barre suffisamment longue avec des positions de source et récepteurs proches et loin des extrémités de la barre. L'intégrale de la partie déterministe de l'enveloppe au carré du signal reçu permet d'écrire :

$$I_{10}^D = \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} |U^D(t)|^2 dt, \quad (\text{C.9})$$

où τ_0 est le temps d'arrivée du premier paquet d'onde et T sa durée. En appliquant le théorème de Parseval nous obtenons :

$$I_{10}^D = \int_0^{+\infty} |\tilde{U}^D(\omega)|^2 d\omega, \quad (\text{C.10})$$

avec $\tilde{U}^D(\omega)$ qui correspond à :

$$\tilde{U}^D(\omega) = a^2(r_0) e^{-2\gamma_0' r_0} B(\omega) \tilde{S}_0(\omega) e^{-j k_d(\omega) r_0}. \quad (\text{C.11})$$

En introduisant l'équation (C.11) dans (C.10) nous obtenons :

$$I_{10}^D = a^2(r_0) e^{-2\gamma_0' r_0} D_{1s} . \quad (\text{C.12})$$

En négligeant l'atténuation sur le trajet direct et en rappelant que $a(r) = 1$ dans le cas d'une propagation 1D (fronts d'onde plans), nous en déduisons :

$$D_{1s} = I_{10}^D . \quad (\text{C.13})$$

ANNEXE D

Expression du terme D_s théorique dans le cadre du modèle de plaque de Kirchhoff-Love

Le terme D_s lié à l'énergie émise par la source dans la plaque est donné (Équation 2.53) par :

$$\begin{aligned} D_s &= \int_0^{+\infty} |B(\omega) \tilde{S}_0(\omega)|^2 d\omega \\ &\simeq 2 r_m I_m^D, \end{aligned} \tag{D.1}$$

avec I_m^D l'intégrale du premier paquet d'onde au carré. En appliquant le théorème de Parseval, nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} I_m^D &= \int_0^{T_0} |h_{SR_m}(t)|^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{h}_{SR_m}(\omega)|^2 d\omega, \end{aligned} \tag{D.2}$$

avec T_0 la durée du premier paquet d'onde et $h_{SR_m}(t)$ est le signal reçu par $m^{\text{ème}}$ récepteur présenté ci-dessous :

$$h_{SR_m}(t) = G(r^S, r_m^R, t) \otimes s_0(t), \tag{D.3}$$

avec $G(r^S, r_m^R, t)$ la fonction de Green entre la source et le récepteur, où r^S et r_m^R sont les positions de la source et du récepteur, respectivement. La transformée de Fourier de l'équation (D.3) est :

$$\tilde{h}_{SR_m}(\omega) = \tilde{G}(r^S, r_m^R, \omega) \tilde{s}_0(\omega). \tag{D.4}$$

La fonction de Green d'une plaque infinie excitée par une force normale en surface est donnée

par [122] :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r_m^R, \omega) = \frac{-1}{8 D k^2} \left[Y_0(kr_m) + \frac{2}{\pi} K_0(kr_m) + j J_0(kr_m) \right], \quad (D.5)$$

où k est le nombre d'onde, $D = E e^3 / 12(1 - \nu^2)$ est la rigidité en flexion, E est le module d'Young, e est l'épaisseur de la plaque et ν est le coefficient de Poisson. J_0 , Y_0 et K_0 sont les fonctions de Bessel de première, seconde et modifiée de seconde espèce respectivement. Pour une distance $r_m \gg 0$ (champ lointain), les approximations du développement asymptotique des fonctions de Bessel deviennent :

$$J_0(kr_m) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k r_m}} \cos(k r_m - \frac{\pi}{4}), \quad (D.6)$$

$$Y_0(kr_m) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k r_m}} \sin(k r_m - \frac{\pi}{4}), \quad (D.7)$$

et

$$K_0(kr_m) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2 k r_m}} e^{-k r_m}. \quad (D.8)$$

En remplaçant ces équations (D.6), (D.7) et (D.8) dans (D.5), ceci donne :

$$\tilde{G}^\infty(r^S, r_m^R, \omega) \simeq \frac{-j}{D 8 k^2} \frac{1}{\sqrt{\pi k r_m}} \left[(-1 - j) e^{-j k r_m} \right]. \quad (D.9)$$

La transformée de Fourier du signal reçu par le récepteur devient :

$$\tilde{h}_{SR_m}^\infty(\omega) = \frac{-j}{D 8 k^2} \frac{1}{\sqrt{\pi k r_m}} (-1 - j) e^{-j k r_m} \tilde{s}_0(\omega). \quad (D.10)$$

Par ailleurs $\tilde{h}_{SR_m}^\infty(\omega)$ est également défini par (Équation 2.53) :

$$\tilde{h}_{SR_m}^\infty(\omega) = a(r_m) B(\omega) \tilde{s}_0(\omega) e^{-j k r_m}. \quad (D.11)$$

En comparant les équations (D.10) et (D.11), nous déduisons le terme $B(\omega)$:

$$B(\omega) = \frac{-j}{D 8 k^2} \frac{1}{\sqrt{\pi k}} (-1 - j). \quad (D.12)$$

En remplaçant $B(\omega)$ par sa valeur dans l'expression de D_s (Équation D.1) et supposant que

le signal est à bande étroite ($k(\omega) \simeq k_0$), nous obtenons :

$$D_s = \frac{1}{8 \pi k_0^5 D^2} \int_0^{+\infty} |\tilde{s}_0(\omega)|^2 d\omega . \quad (\text{D.13})$$

Bibliographie

- [1] B. Geller, V. Capellano, J. M. Brpssier, A. Essebbar, and G. Jourdain. Equalizer for video rate transmission in multipath underwater communications : Special issue on acoustic communications. *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 1976. 5
- [2] F. Maussang. *Traitement d'image et fusion de données pour la detection d'objets enfouis en acoustique sous-marine*. PhD thesis, Joseph Fourier Grenoble I, 2005. 5
- [3] D. Amitrano. *Emission acoustique des roches et endomagement, Approches expérimentale et numérique, Application à la sismicité minière*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble 1, 1999. 5
- [4] A. Paul and M. Campillo. Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299 :547–549, 24 January 2003. 5
- [5] K. Wapenaar. Retrieving the elastodynamic green function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation. *Physical Review*, 93, December 2004. 5
- [6] R. Snieder, K. Wapenaar, and U. Wegler. Unified green function retrieval by cross-correlation : Connection with energy principles. *Physical Review*, 75 :155–170, 2007. 5
- [7] F. Beyrich and A. Weill. Some aspects of determining the stable boundary layer depth from sodar data. *Boundary-Layer Meteorology*, 1993. 5
- [8] A. Bybi. *Contribution à l'étude et à la correction de la diaphonie dans les réseaux de transduction piézoélectriques pour l'imagerie médicale*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2012. 5
- [9] S. Djili, E. Moulin, J. Assaad, F. Boubenider, and F. Benmeddour. Contrôle passif des tubes par inter-corrélation de champ acoustique ambiant. Aïn el Turck, 26-28 Novembre 2012. 3^{ème} Conférence Internationale sur le sondage, le CND et l'industrie des matériaux et Alliages. 5, 10, 11

- [10] N. Abou Leyla. *Contrôle Santé Intégré passif par corrélation de champ acoustique ambiant*. PhD thesis, 2010. 5, 10, 11, 20, 95
- [11] N. Abou Leyla, E. Moulin, and J. Assaad. Influence of a localized defect on acoustic field correlation in a reverberant medium. *J. Appl. Phys.*, 110 : 084906, 2011. 5, 10, 11, 24, 26, 35, 122, 123
- [12] F. Banmaddour. *Etude expérimentale et numérique de l'interaction des ondes de Lamb en présence d'endommagements dans des structures d'Aluminium*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis, 2008. 5, 16
- [13] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. 1998. 6, 8, 21
- [14] W. B. Joyce. Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums. *J. Acoust. Soc. Am.*, 58 :643–655, 1975. 6, 7
- [15] T. W. Bartel and S. L. Yaniv. Curvature of sound decays in partially reverberant rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 72 :1838–1844, 1982. 7
- [16] A. C. C. Warnock. Some practical aspect of absorption measurements in reverberation rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74 :1422–1432, 1983. 7
- [17] F. Wu, J.L. Thomas, and M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields-part ii : Experimental results. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, 39 :567–578, 1992. 7, 8
- [18] M. Fink. Time reversed acoustics. *Phys. Today*, 34, 1997. 7
- [19] G. Ribay. *Localisation de source en milieu réverbérant par Retournement Temporel*. PhD thesis, Université Paris VII, 2006. 8, 9, 14, 25
- [20] N. Quieffin. *Etude du rayonnement acoustique de structures solides : vers un système d'imagerie haute résolution*. PhD thesis, Université Paris 6, 2004. 8
- [21] C. Draeger and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105 :618–625, 1999. 8
- [22] C. Draeger and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Theoretical limits. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105 :611–617, 1999. 8
- [23] P. Roux, B. Roman, and M. Fink. Time-reversal in an ultrasonic waveguide. *Appl. Phys. Lett.*, 70 :1811–1813, 3 Février 1997. 9
- [24] C. Draeger and M. Fink. One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :407–410, 1997. 9

- [25] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink. Ultrasonic pulse compression with one-bit time reversal through multiple scattering. *J. Appl. Phys.*, 85 :6343–6352, 1999. 9
- [26] A. Aubry and A. Derode. Detection and imaging in a random medium : A matrix method to overcome multiple scattering and aberration. *J. Acoust. Soc. Am.*, 106 : 044903, 2009. 9
- [27] M. Fink, C. Prada, D. Cassereau, and E. Kerbrat. Time reversal techniques in non destructives testing. *Europ. Cong. Acoust.*, 2002. 9
- [28] H. C. Song G. F. Edelmann, S. Kim, W. S. Hodgkiss, W. A. Kuperman, and T. Akal. Underwater acoustic communications using time reversal. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 30 :852–864, 2002. 9
- [29] K. Aki and P. G. Richards. *Quantitative Seismology*. ISBN 0-935702-96-2. University Science Books, 2002. 9
- [30] K. Aki. Analysis of seismic coda of local earthquake as scattered waves. *Journal of Geophysical Research*, 76 :615–631, 1969. 9
- [31] K. Aki and B. Chouet. Origin of coda waves - source attenuation and scatterinf effects. *Journal of Geophysical Research*, 80 :3322–3342, 1975. 9
- [32] A. Garêt. *Time-lapse Monitoring with Coda Wave Interferometry*. PhD thesis, Center for wave phenomena, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 2004. 9
- [33] R. Snieder. Coda wave interferometry. *Mc Graw-Hill Yearbook of Science and Technology*, pages 54–56, 2004. 9
- [34] R. Snieder. The theory of coda wave interferometry. *Pure and Applied Geophysics*, 163 :455–473, 2006. 9
- [35] G. Poupinet, W. L. Ellsworth, and J. Fréche. Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets : an application to the calaveras fault, california. *Journal of Geophysical Research*, 89 :5713–5731, 1984. 9
- [36] A. G. Chynoweth and W. G. Schneider. Ultrasonic propagation in binary liquid systems near their critical solution temperature. *The journal of chemical physics*, 19, 1951. 9
- [37] R. Snieder. Extracting the green’s function from the correlation of coda waves : A derivation based on stationnary phase. *Phys. Rev.*, 69 :1–8, April 2004. 9, 10

- [38] Y. Zhang, O. Abraham, F. Grondin, A. Loukili, V. Tournat, A. Le Duff, B. Lascoup, and O. Durand. Study of stress-induced velocity variation in concrete under direct tensile force and monitoring of the damage level by using thermally-compensated coda wave interferometry. *Ultrasonics*, 52 (8) : 1038-1045, December 2012. 9
- [39] R. Snieder, A. Grêt, H. Douma, and J. Scale. Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity. *Science*, 295 :2253–2255, 2002. 9
- [40] E. Larose and S. Hall. Monitoring stress related velocity variation in concrete with relative resolution using diffuse ultrasound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125 (4) :1853–1856, 2009. 9
- [41] D. P. Schurr, J. Y. Kim, K. G. Sabra, and L. J. Jacobs. Damage detection in concrete using coda wave interferometry. *NDT & E International*, 44 :728–735, 2011. 9
- [42] Y. Zhang. *Contrôle de santé des matériaux et structures par analyse de la coda ultrasonore*. PhD thesis, Université Nante, 2013. 9
- [43] C. Payan. *Etude du potentiel de l'acoustiques non lineaire pour le suivi de l'endommagement du beton*. PhD thesis, Université de Méditerranée, 2007. 9
- [44] O. I. Lobkis and R. L. Weaver. Coda-wave interferometry in finite solides : Recovery of P-to-S conversion rates in an elastodynamic billiard. *Phy. Rev. Lett.*, 90, 2003. 9
- [45] E. Balaa, A. Le Duff, G. Plantier, and R. El Guerjouma. Interférométrie par onde de coda : effet de la temperature sur la propagation d'ondes acoustiques dans une plaque d'aluminium. 9
- [46] E. Larose, V. Rossetto, and L. Margerin. Localisation d'un petit changement en milieu multiplement diffusant : Application à la localisation d'un défaut millimétrique dans le béton. In *Actes du 10^{ème} Congrès Français d'Acoustique*, Lyon, France, 12-16 Avril 2010. CFA 2010. 10
- [47] J. E. Michaels, Y. Lu, and T. E. Michaels. Methodologies for quantifying changes in diffuse ultrasonic signals with applications to structural health monitoring. *Health Monitoring and Smart Nondestructive Evaluation of Structural and Biological Systems*, 5768 :97–105, 2005. 10
- [48] J. E. Michaels. Ultrasonic structural health monitoring : Strategies, issues and progress. *Smart Sensor Phenomena, Technology, Networks, and Systems*, 2008. 10
- [49] J. E. Michaels. Detection, localization and characterization of damage in plates with an in situ array of spatially distributed ultrasonic sensors. *Smart Materials and Structures*, 17 :1–15, 2008. 10

- [50] J. F. Claerbout. Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response. *Geophysics*, 33 :264–269, 1968. 10
- [51] R. Weaver and O. Lobkis. On the emergence of the green’s function in the correlations of a diffuse field : pulse-echo using thermal phonons. *Ultrasonics*, 40 :435–439, 2002. 10
- [52] R. L. Weaver. Equipartition and retrieval of green’s function. *Earth Science*, 23 :397–402, 2010. 10, 72
- [53] R. L. Weaver and O. I. Lobkis. Elastic wave thermal fluctuations, ultrasonic wave-forms by correlation of thermal phonons. *Journal of the Acoustical Society of America*, 113 :2611–2621, 2003. 10, 72
- [54] R. L. Weaver and O. I. Lobkis. Fluctuations in diffuse field-field correlations and the emergence of the green’s function in open systems. *J. Acout. Soc. Am.*, 117 :3432–3439, 2005. 10
- [55] P. Roux, K. G. Sabra, and W. A. Kuperman. Ambient noise cross correlation in free space : Theoretical approach. *Acoustical Society of America*, pages 79–84, 2005. 10
- [56] O. I. Lobkis and R. L. Weaver. On the emergence of the green’s function in the correlations of a diffuse field,. *J. Acout. Soc. Am.*, 110, 2001. 10
- [57] K. G. Sabra, P. Roux, A. M. Thode, G. L. D’Spain, W. S. Hodgkiss, and W. A. Kuperman. Using ocea ambient noise for array self-localization and self-synchronization. *IEEE J. Ocean*, 30 :338–347, 2005. 10
- [58] C. Farrar and G. James. System identification from ambient vibration measurements on a bridge. *J. Sound Vib.*, 205, 1997. 10
- [59] N. Abou Leyla, E. Moulin, and J. Assaad. Contrôle-santé de structures aéronautiques par correlation de champ acoustique ambiant : principe, condition d’application et voies d’optimisation. In *Actes du 10^{ème} Congrès Français d’Acoustique*, Lyon, France, 12-16 Avril 2010. 10^{ème} Congrès Français d’Acoustique. 10, 95
- [60] E. Moulin, N. Abou Leila, J. Assaad, and S. Grondel. Applicability of acoustic noise correlation for structural health monitoring in non diffiuse field condition. *Appl. Phys. Lett.*, 95 :94–104, 2009. 10, 11
- [61] L. Chehami, E. Moulin, J. De Rosny, C. Prada, O. Bou Matar, F. Benmeddour, and J. Assaad. Detection and localization of a defect in a reverberant plate using acoustic field correlation. *J. Appl. Phys.*, 115 :1–7, 2014. 10, 11, 109, 111, 112

- [62] A. Derode, E. Larose, M. Campillo, and M. Fink. Recovering the green's function from field-field correlations in an open scattering medium (L). *Acoustical Society of America*, 43, 2003. 10
- [63] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. 2008. 11, 12, 19
- [64] A. W. Leissa. Vibration of plates, 3rd edition. *Acoustical Society of America*, 1973. 12
- [65] K. F. Graff. *Wave Motion in Elastic Solids*. 1975. 12
- [66] K. A. Castillo. *Simulation numérique d'un réverbérateur à plaque*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées - Unité de Mécanique, 2009. 12, 14
- [67] J. M. Berman. Behavior of sound in a bounded space. *J. Acoust. Soc. Am.*, 57 :1275–1291, 1975. 12
- [68] R. Bullen and F. Eरिके. Sound propagation at a street intersection in an urban environment. *J. Sound Vib.*, 54 :123–129, 1977. 12
- [69] H. G. Davies and R. H. Lyon. Noise propagation in cellular urban and industrial spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54 :1565–1570, 1973. 12
- [70] K. Arcas and A. Chaigne. On the quality of plate reverberation. *Appl. Acoust.*, 71 :147–156, 2010. 14, 24
- [71] J. B. Allen and D. A. Berkley. Image method for efficiently simulating small-room acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.*, 65 :943–950, 1979. 14, 15
- [72] F. B. Mechel. Improved mirror source method in room acoustics. *Journal of Sound and vibration*, 256 :873–940, 2002. 14
- [73] J. Cuenca. *Wave models for the flexural vibrations of thin plates*. PhD thesis, Université du Maine, Académie de Nantes, 2009. 15
- [74] H. Kuttruff. Room acoustics. *Applied Science*, 1973. 15
- [75] L. Cremer and H. A. Muller. Principles and applications of room acoustics. *Applied Science, London*, 1982. 15
- [76] R. Szilard. *Theories and Applications of Plate Analysis : Classical, Numerical and Engineering Methods*. New York, 2004. 16

- [77] J. Cuenca, F. Gautier, and L. Simon. Harmonic green's functions for flexural waves in semi-infinite plates with arbitrary boundary conditions and high-frequency approximation for convex polygonal plates. *J. Sound Vib.*, 331 :1426–1440, 2012. 16, 26
- [78] J. Cuenca, F. Gautier, and L. Simon. The image source method for calculating the vibrations of simply supported convex polygonal plates. *Journal of Sound and vibration*, 322 :1048–1069, 2009. 16, 27
- [79] R. Gunda, S. M. Vijayakar, and R. Singh. Method of the images for the harmonic response of beams on rectangular plates. *Journal of Sound and vibration*, 185 :791–808, 1995. 16
- [80] V. S. Ahn, J. G. Harris, and J. D. Achenbach. Numerical analysis of the acoustic signature of a surface-breaking crack. *IEEE Transactions on Ultrasonics. Ferroelectrics and frequency control*, 39 :112–118, 1992. 16
- [81] E. Kreyszig. *Advanced engineering mathematics*. John Wiley and sons, 1993. 16
- [82] P. Fromme. *Defect detection in plates using guided waves*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of technology, Zürich, November 2001. 16
- [83] C. Geuzaine and J. F. Remacle. Gmsh : A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. [http ://geuz.org/gmsh/](http://geuz.org/gmsh/), July 2014. 16, 39
- [84] [http ://www.csc.fi/english/pages/elmer](http://www.csc.fi/english/pages/elmer). 16, 40
- [85] M. Kandelman. *Simulation acoustique par la methode des sources images*. PhD thesis, Ecole Nationale superieure Louis-Lumiere, Juin 2007. 17
- [86] R. Balian and C. Bloch. Distribution of eigenfrequencies for the wave equation in a finite domain : Three-dimensional problem with smooth boundary surfaces. *Annals Phys.*, 60 :401–447, Mars 1970. 19
- [87] A. Baskind. *Modèles et méthodes de description spatiale de scènes sonores*. PhD thesis, Université Paris 6. 20
- [88] G. Defrance. *Caractérisation du mélange dans les réponses impulsionnelles de salles*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2009. 20
- [89] M. R. Schroeder. Statistical parameters of the frequency response curves of large rooms. *J. Acoust. Eng. Soc.*, 35 :299–306, May 1987. 20, 22

- [90] K. J. Ebeling, K. Freudenstein, and H. Alrutz. Experimental investigation of statistical properties of diffuse sound fields in reverberation rooms. *Acta Acustica united with Acustica*, 51 :145–153, 1982. 20
- [91] J. Jouhaneau. *Acoustique des salles et sonorisation*. EAN13 : 9782743004637. 2^{ème} edition. 20
- [92] W. C. Sabine. Collected papers on acoustics 1922. *Harvard University Press. Reimpression Dover*, 1964. 21
- [93] C. F. Eyring. Reverberation time in dead rooms. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1 :217–241, 1930. 22
- [94] P. V. Bruel. The enigma of sound power measurements at low frequencies. *Technical Review*, 3, 1978. 22
- [95] H. Larsen. Power based measurements of sound insulation. *Technical Review*, 3, 1980. 22
- [96] K. Bodlund. Monotonic curvature of low frequency decay recording reverberation chamber. *Journal sound Vibration*, 73 :19–29, 1980. 22
- [97] J. L. Davy, I. P. Dunn, and P. Dubout. The curvature of decay records measured in reverberation rooms. *Acta Acustica united with Acustica*, 43 :26–31, 1979. 22
- [98] F. Kawakami and K. Yamaguchi. Space-ensemble average of reverberation decay curves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 70 :1071–1082, 1981. 22
- [99] W. T. Chu. Comparison of reverberation measurements using Schroeder’s impulse method and decay-curve averaging method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 61, 1978. 22, 34
- [100] M. R. Schroeder. New method of measuring reverberation time. *J. Acoust. Soc. Am.*, 37 :409–412, 1965. 22, 34
- [101] M. R. Schroeder. Integrated-impulse method measuring sound decay without using impulses. *J. Acoust. Soc. Am.*, 66 :497–500, 1979. 22
- [102] M. R. Schroeder. Natural sounding artificial reverberation. *J. Audio Eng. Soc.*, 10 :219–223, July 1962. 22
- [103] E. Moulin, H. Achdjian, J. Assaad, F. Benmeddour, K. Hourany, and Y. Zaatar. Statistical model of the impulse response of a reverberant plate : application to parameter estimation and correlation analysis. In *Acoustics 2012*, volume 000531 of *ISBN 978-2-919340-01-9*, pages 685–691, Nante, France, 24 April 2012. Proceedings of 11th Congrès Français d’Acoustique joint with 2012 Annual IOA Meeting. 26, 117

- [104] R. Ratnam, B. C. wheeler, W. D. O'Brien, C. R. Lansing, and A. S. Feng. Blind estimation of reverberation time. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114 :2877–2892, 2003. 34, 35
- [105] Y. Fujiso and A. Van Hirtum. Evaluation des performances d'une chambre d'isolation acoustique destinée à la validation expérimentale de validation de parole. page 43, Grenoble, France, May 2011. 9^{ème} rencontres des jeunes chercheurs en parole (RJCP 2011). 34
- [106] C. Geuzaine and J. F. Remacle. Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79 :1309–1331, 2009. 39
- [107] Elmer Tutorials. CSC - IT Center for Science, May 2011. 40
- [108] J. Dumont-Fillon. Contrôle non destructif. *Technique de L'ingénieur*, RC3, R1 400, 1996. 40
- [109] mistrasgroup. www.mistrasgroup.eu. 43
- [110] H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, and J. Assaad. Description statistique du comportement de la fonction de green dans un milieu réverbérant : applications à la localisation de source. In *Actes du 12^{ème} Congrès Français d'Acoustique*, volume 187, pages 46–51, Poitier, France, Avril 2014. CFA 2014. 46, 117
- [111] Markus G. R. Sause. Investigation of pencil-lead breaks as acoustic emission sources. *J. Acoustic Emission*, 29 :184–196, 27 April 2010. 46
- [112] T. Boczar and M. Lorenc. Determining the repeatability of acoustic emission generated by the hsu-nielsen calibrating source. *Molecular and Quantum Acoustics*, 25 :177–191, 2004. 46
- [113] T. Boczar and M. Lorenc. Time-frequency analysis of the calibrating signals generated in the hsu-nielsen system. *Physics and chemistry of solid state*, 7 :585–588, 2006. 46
- [114] E. F. Glynn. Nonlinear curve fitting. October 2006. 49
- [115] S. J. Spencer. The two-dimensional source location probleme for time differences of arrival at minimal element monitering array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121 :3579–3594, 2007. 52
- [116] Z. M. Saric, D. D. Kukolj, and N. D. Teslic. Acoustic source localisation in wireless sensore network. *Circuit Syst. Signal Process*, 29 :837–856, 2010. 53

- [117] L. Margerin, M. Campillo, and B. Van Tiggelen. Diffusion multiple des ondes sismiques. *Physique statistique*, pages 220–225. 72
- [118] R. Hennino, N. Trégourès, N. M. Shapiro, L. Margerin, M. Campillo, B. A. Van Tiggelen, and R. L. Weaver. Observation of equipartition of seismic waves. *Physical review letters*, 86 :3447–3450, 2001. 72
- [119] H. Nyquist. Thermal agitation of electrical charges in conductors. *Phys. Rev.*, 32 :110–113, 1928. 72
- [120] G. Orjubin, E. Richalot, O. Picon, and O. Legrand. Quelques techniques du chaos quantique appliquées à une chambre réverbérante modélisée par la methode des éléments finis. In *Comité Nationale Français De Radioélectricité Scientifique*, Paris, 20-23 Mai 2008. CEM08. 73
- [121] F. Monsef and A. Cozza. Analyse physique des chambres réverbérantes à brassage de modes. *Journées scientifiques URSI - France*, pages 229–233, 26-27 Mars 2013. 73
- [122] R. Gunda, S. M. Vijayakar, R. Singh, and J. E. Farstad. Harmonic green’s function of a semi-infinite plate with clamped or free edges. *Acoustical Society of America*, 103 :888–899, 1998. 109, 129
- [123] E. Moulin, H. Achdjian, J. Assaad, N. Abou Leyla, Karl Hourany, and Y. Zaatar. Extraction of the statistical properties of the point source response of a reverberant plate and application to parameter estimation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 132 :2165–2168, 2012. 117
- [124] H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, J. Assaad, and L. Chehami. Source localisation in a reverberant plate using average coda properties and early signal strength. *Acta Acustica united with Acustica*, 100 :834–841, 2014. 117
- [125] H. Achdjian, E. Moulin, J. Cuenca, F. Benmeddour, and J. Assaad. Prediction of average propagation characteristics in polygonal reverberant plates for experimental feature extraction. volume 763 of *ISBN 978-1-4673-4561-3*, pages 2678–2681, Dresden, Germany, October 7-10 2012. Proceedings of 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS 2012. 117
- [126] [Invited] J. Assaad, H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, S. Dijili, M. Bouquet, and L. Chehami. Towards a low-consumption structural health monitoring sensor network concept exploiting physics-based signal processing of reverberant ambient acoustics fields for transportation structure monitoring. In *TELECOM 2013*, Marrakech, March 2013. JFMMA. 117

Résumé

La propagation des ondes acoustiques ou élastiques dans un milieu fini à faible atténuation se traduit par des signaux mesurés de longue durée (réverbération). Dans les techniques de contrôle non destructif et imagerie conventionnelles, seuls les premiers paquets d'ondes sont ordinairement exploités et l'information potentiellement contenue dans les codas de réverbération est alors perdue. Le travail présenté dans cette thèse a pour objectif d'exploiter le comportement d'ensemble des codas enregistrées dans des structures de type plaques, afin d'extraire le maximum d'information à partir d'un nombre limité de capteurs et traitement simple.

Nous avons développé des modèles statistiques permettant de prévoir le comportement des ondes acoustiques réverbérantes dans une plaque (sous la forme de moyennes d'ensemble), à partir d'un ensemble limité de paramètres accessibles expérimentalement. Ainsi, il est montré que les moyennes des enveloppes, des corrélations ou de l'intégrale dite de Schroeder des signaux de réverbération reçus par quelques points contiennent des informations potentiellement utiles sur les propriétés structurelles du milieu, des sources ou des défauts. Après une validation numérique et expérimentale des modèles, des applications potentielles sont présentées telles que l'estimation de propriétés structurelles d'une plaque ou la localisation d'une source. La particularité de ces estimations est qu'elles ne nécessitent pas de mesure de temps, ni de synchronisation entre les capteurs, ce qui pourrait autoriser une implémentation avec peu de ressources embarquées. Ce type de méthode pourrait également être utilisé pour caractériser un défaut dans une structure réverbérante, de façon éventuellement complémentaire aux techniques classiques de CND et contrôle-santé de structures.

Mots clés : Physique des ondes acoustiques, réverbération, modélisation éléments finis, traitement du signal, réseaux de capteurs, caractérisation d'une structure, localisation d'une source acoustique.

Summary

The propagation of acoustic and elastic waves in a finite media with low attenuation leads to measured signals of long durations (reverberation). In conventional techniques for non-destructive testing and imaging, only the first wave packets are usually exploited, and the information potentially contained in reverberation codas is lost. The work presented in this thesis aims to exploit the overall behavior of codas recorded in plate-like structures, in order to extract the maximum information from a limited number of sensors and simple processing.

We have developed statistical models to predict the behavior of reverberant acoustic waves in a plate (in the form of ensemble-averages), from a limited set of experimentally accessible parameters. Thus, it is shown that theoretical expressions for the mathematical expectations of the envelopes, the correlation functions or the so-called Schroeder's integral of reverberant signals received at some points contain potentially useful information about the structural properties of the medium, the sources or the defects. After numerical and experimental validation, potential applications are presented, such as the estimate of structural properties of a plate or source location. In addition, these techniques do not require any time measurement or even trigger synchronization between the input channels of instrumentation, thus implying low hardware constraints. Such methods could also be used to characterize a defect in a reverberant structure and can be considered as complementary to conventional NDT techniques and structural health monitoring.

Keywords : Physics of sound waves, reverberation, finite element modeling, signal processing, sensor networks, characterization of a structure, source localization.